



4. O Clementino constrói pranchas de *surf* e pretende que o seu filho, o Ermelino, se inicie também na profissão.



Sabe-se que o Clementino demora 6 dias a construir uma prancha.

Admita que o Ermelino demora  $t$  dias a construir uma prancha de *surf*.

4.1. Suponha que tanto o Clementino como o Ermelino trabalham ao mesmo tempo para construir uma prancha de *surf*.

Prove que a expressão do número de dias  $d$  necessários para pai e filho construírem uma prancha é dada por

$$d(t) = \frac{6t}{t+6}, \text{ com } t > 0.$$

4.2. Usando processos analíticos, determine, em dias, o valor de  $t$  se o Clementino e o Ermelino construírem uma prancha em 4,2 dias.

Interprete o resultado no contexto do problema.

4.3. Calcule a taxa média de variação da função  $d$  no intervalo  $[0, 4]$ .

4.4. Calcule  $\lim_{t \rightarrow +\infty} d(t)$  e interprete o resultado no contexto do problema.

5. Na figura junta, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte da hipérbole que é o gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ , definida por  $f(x) = p + \frac{1}{2x+1}$ , sendo  $p$  um número real.

O ponto  $A$  da figura tem coordenadas  $(0,3)$ .

5.1. Mostre que  $p = 2$ .

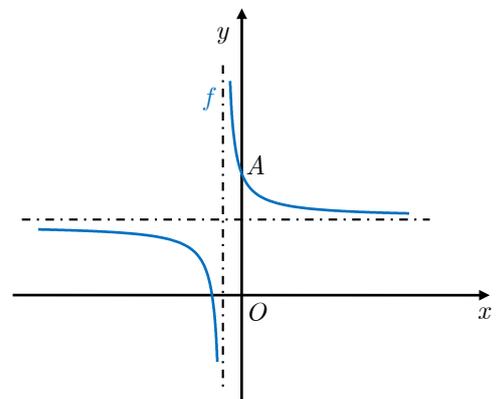
5.2. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^3$ .

A equação  $(f \circ g)(x) = 5 - x$  tem exatamente duas soluções.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, essas soluções, apresentando-as arredondadas às centésimas.

Na sua resposta, deve:

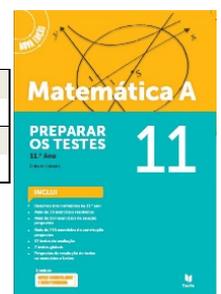
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar, devidamente identificado(s);
- assinalar os pontos relevantes para responder à questão colocada.



## FIM DO CADERNO 1

### COTAÇÕES (Caderno 1)

Item									
Cotação (em pontos)									
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	5.1.	5.2.	
8	8	15	15	15	10	10	10	15	106



## Formulário

### Trigonometria

$$\frac{\text{sen}A}{a} = \frac{\text{sen}B}{b} = \frac{\text{sen}C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

### Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$ :

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

**Caderno 2: 40 minutos**  
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Para os números reais  $a$  e  $b$ , a reta  $r$  é paralela ao plano  $\alpha$ , definidas num referencial o.n.  $Oxyz$  por, respetivamente,  $(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(a, 1, 1), k \in \mathbb{R}$  e  $2x + by - z = 0$ .  
Qual é a proposição verdadeira?

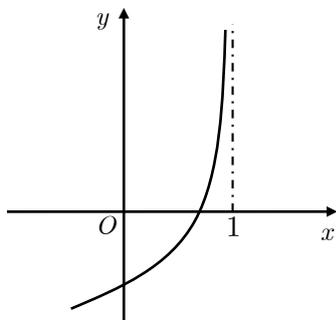
- (A)  $b = 1 - 2a$       (B)  $b = \frac{2}{a}$       (C)  $b = \frac{a-1}{2}$       (D)  $b = 2a + 1$

7. Seja  $(u_n)$  a sucessão definida por  $u_n = \frac{2}{n-3}$ .

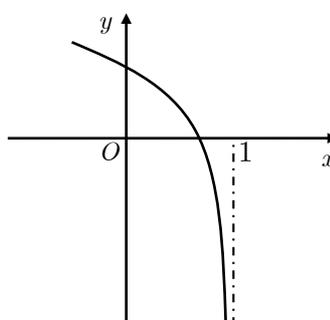
De uma certa função  $f$ , sabe-se que  $\lim f(u_n) = 1$ .

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função  $f$ ?

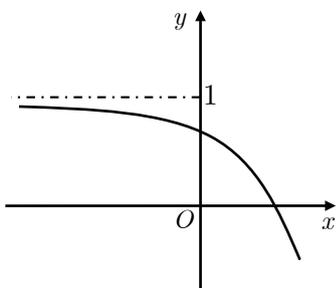
(A)



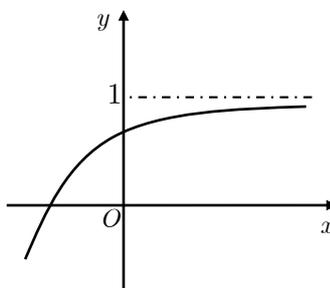
(B)



(C)



(D)



8. Considere a função  $h$ , contínua em  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = \begin{cases} \frac{3x+5}{x+3} & \text{se } x < -2 \\ x^2 + 3x + 1 & \text{se } x \geq -2 \end{cases}$ .

- 8.1. Justifique que o gráfico de  $h$  tem apenas uma assíntota paralela a um dos eixos coordenados e indique a sua equação.  
8.2. Usando a definição de derivada, mostre que  $h'(0) = 3$ .  
8.3. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto 0.



9. De uma função  $f$ , diferenciável em  $\mathbb{R}$ , sabe-se que  $y = 4 - 7x$  é a equação da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto 5.

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{5x - x^2}$  ?

(A)  $-\frac{7}{5}$

(B)  $-\frac{5}{4}$

(C)  $\frac{5}{4}$

(D)  $\frac{7}{5}$

10. Seja  $g$  a função, de domínio  $[0, +\infty[$ , definida por  $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+4} - 6x$ .

O gráfico de  $g$  tem uma assíntota de equação  $y = kx$ , sendo  $k \neq 0$ .

Determine  $k$ .

11. Considere as funções  $f$  e  $g$ , ambas de domínio  $\mathbb{R}^+$ , e tais que:

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x + 2] = 0$ ;

•  $g(x) = \frac{f(x)}{x+2}$ .

Prove que o gráfico de  $g$  tem uma assíntota horizontal e indique a sua equação.

**FIM DO TESTE**

**COTAÇÕES (Caderno 2)**

Item								
Cotação (em pontos)								
6.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	9.	10.	11.	
8	8	15	15	10	8	15	15	94
<b>TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)</b>								<b>200</b>

