Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2024/2025)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 16

1.º Período | 23/10/2024 | Duração: 90 minutos

Nome: ______________________________ N.º:

Classificação: ___ , ___ O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

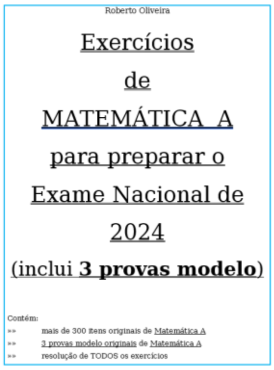
Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Considere os subconjuntos A, B e C num universo U, onde se sabe que $B \subset C$.

Pode concluir-se que $\overline{\overline{A} \cup B} \cup \left(A \cap \overline{C}\right)$ é igual a:

(A) U **(B)** $B \setminus A$ **(C)** $A \setminus B$ **(D)** $\varnothing$



2. A soma de todos os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 262144.

Quantos elementos dessa linha são superiores a $40\,000$?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5

3. Considere todos os números de oito algarismos.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

O número $84\,035\,000$ pode ser escrito como $2^3 \times 5^4 \times 7^5$, pelo que tem __**I**__ divisores naturais ímpares. Em relação aos números de oito algarismos da forma $84\,035xxx$, conclui-se que existem __**II**__ com os algarismos todos diferentes.

Em relação a todos números de oito algarismos, pode afirmar-se que existem:

__**III**__ múltiplos de 5;

__**IV**__ números com exatamente três algarismos 1.

I	II	III	IV
a) 30	**a)** 48	**a)** $5\,500\,000$	**a)** $2\,749\,002$
b) 75	**b)** 60	**b)** $15\,000\,000$	**b)** $3\,077\,109$
c) 120	**c)** 72	**c)** $18\,000\,000$	**c)** $3\,306\,744$

4. Numa conferência realizada numa escola, estiveram presentes 50 alunos.

Considere o problema seguinte.

«Admita que a conferência se realiza numa sala, cujas cadeiras se encontram dispostas em quinze filas, cada uma com dez cadeiras.

Todos os alunos se sentam, não mais do que um em cada cadeira, nas oito primeiras filas.

De quantas maneiras diferentes se podem sentar os 50 alunos*, sabendo que as duas primeiras filas devem ficar totalmente ocupadas?»*

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

Resposta I: ${}^{50}C_{20} \times 20! \times {}^{60}A_{30}$

Resposta II: ${}^{50}A_{10} \times {}^{40}A_{10} \times {}^{60}A_{30}$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas.

5. Numa geladaria há doze sabores diferentes: nove de fruta e três extra: um de chocolate, um de café e um de noz.

5.1. Os cones de gelado têm três sabores diferentes.

De quantas maneiras pode ser apresentado um cone se o chocolate e o café não forem pedidos conjuntamente?

(A) 90 **(B)** 180 **(C)** 210 **(D)** 420

5.2. Um funcionário vai colocar os doze gelados, um de cada vez, em doze compartimentos iguais, lado a lado, um sabor em cada um.

5.2.1. Determine o número de maneiras de não haver gelados extra lado a lado.

5.2.2. Determine a probabilidade de os gelados de fruta ficarem juntos.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6. Um funcionário de uma livraria vai dispor, numa prateleira de uma estante, oito livros da editora A, seis livros da editora B e quatro livros da editora C.

Os livros de cada editora são iguais entre si.

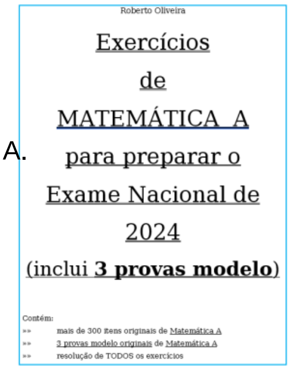
6.1. De quantas maneiras diferentes pode o funcionário dispor os livros de modo que os livros de cada editora fiquem juntos?

(A) 6 **(B)** 12 **(C)** 360 **(D)** 720

6.2. Suponha que todos os dezoito livros são dispostos, ao acaso, na prateleira.

Determine a probabilidade de, nos dois extremos da prateleira, ficarem livros da editora A.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às décimas.



7. Num departamento governamental trabalham quinze homens e treze mulheres.

7.1. Vai ser constituída uma comissão de seis pessoas para analisar um relatório. Nessa comissão, há um presidente, um vice-presidente e quatro vogais.

Determine o número de comissões diferentes que se podem formar com, no máximo, uma mulher.

7.2. Sabe-se que pelo menos uma das pessoas que trabalham nesse departamento vai ao jantar anual.

Determine a probabilidade de irem exatamente sete mulheres e sete homens.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

8. No dia 12/10/2024, disputou-se o jogo de futebol Polónia-Portugal, a contar para o grupo A da Liga das Nações.

8.1. Antes do jogo, os onze jogadores posaram para uma fotografia, ficando seis atrás e cinco à frente.

De quantas formas diferentes se podiam dispor os onze jogadores para a fotografia se o capitão da equipa e o guarda-redes ficassem atrás, nos extremos, e os quatro defesas da equipa ficassem à frente?

(A) 43200 **(B)** 86400 **(C)** 14400 **(D)** 28800

8.2. Cada um dos vinte e três jogadores convocados para o jogo entre Polónia e Portugal tinha um número atribuído, entre 1 e 23.

Sabe-se que treze dos jogadores convocados para esse jogo pertence a um clube português ou tem atribuído um número par.

Escolhe-se um qualquer jogador dos convocados.

Determine a probabilidade de ele pertencer a um clube português e ter atribuído um número ímpar.

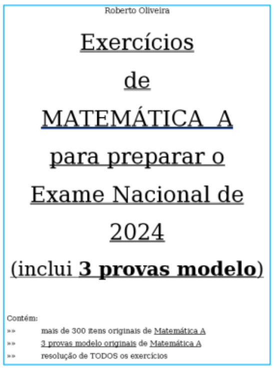
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

9. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset E$ e $B \subset E)$.

Sabe-se que:

- A e B são equiprováveis;
- $5P(A) = 6P(A \cap B)$;
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,2$.

Determine, justificando, $P(A \cap B)$.



10. Resolva, em $\mathbb{N}$, a equação $\frac{(n+6) \times {}^{n+5}A_3}{720} = \frac{{}^{n+6}C_6}{1056}$.

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.1.	5.2.2.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.	10.	
8	8	16	16	8	16	16	8	16	16	16	8	16	16	16	**200**