Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

EXAME DE EQUIVALÊNCIA À FREQUÊNCIA

DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

www.esaas.com

Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 150 minutos **2.ª FASE**

2007

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA – B

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 7.

A prova inclui um formulário (pág. 8).

Em todas as questões de cada prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

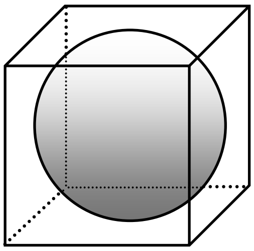
Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

• sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);

• sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;

• sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Considere um cubo, de aresta igual a $30\ cm$, e com uma esfera inscrita nele (isto é, a esfera é tangente a todas as faces do cubo).



1.1. Determine a distância de um dos vértices do cubo ao centro da esfera.
Apresente o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, quatro casas decimais.

1.2. Admita que o cubo da figura representa uma caixa aberta em cima. É possível, com a esfera dentro, encher essa caixa com dez litros de água? Justifique a resposta.

Nota 1: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, pelo menos, três casas decimais.

Nota 2: recorde que 1 litro = $1000\ cm^3$

2. O Dino e a Custódia compraram vários discos compactos de categorias diferentes, a saber:

	Clássica	Jazz	Pop
Dino	2	5	3
Custódia	3	3	7

2.1. Escolhe-se um disco comprado ao acaso.
Qual é a probabilidade de esse disco ter sido comprado pelo Dino e não ser de musica Clássica?
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.2. Foi no dia 1 de Agosto que a Custódia comprou estes treze discos.
Sabendo que ela passou a comprar, a cada dia que passou, mais dois discos que no dia anterior, em que dia ela comprou 49 discos de uma só vez?

2.3. O Dino costumava guardar, semanalmente, uma certa quantia em dinheiro para poder comprar discos compactos. Na primeira semana, ele guardou 3 euros e, em cada semana que passou, o Dino passou a guardar o dobro do dinheiro.
Determine, em euros, a quantia acumulada pelo Dino ao fim de 12 semanas.

V.S.F.F.

3. A Antonieta comprou uma bebida gelada. Admita que, t minutos após a bebida ser servida, a sua temperatura (em graus Celsius) é dada por

$$f(t) = 18 - 16e^{kt} \text{ , sendo } \quad t \in [0, +\infty[\quad \text{e} \quad k \neq 0$$

3.1. Nas duas alíneas seguintes, considere $k = -0{,}1$.

3.1.1. Suponha que a bebida da Antonieta foi servida às 13 horas.
Qual deveria ser a sua temperatura às 13 horas e um quarto?
Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas.

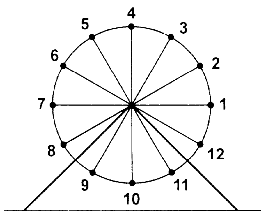
Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

3.1.2. Na sala onde a Antonieta esteve a beber, a temperatura ambiente é constante.
Determine-a, explicando como o fez e interprete o valor obtido no contexto do problema.

3.2. Suponha agora que, após meia hora, a temperatura da bebida da Antonieta é igual a 17 graus Celsius.
Nestas condições, determine o valor de k, apresentado o resultado arredondado às centésimas.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

4. A figura representa uma roda de um parque de diversões.



A Natércia ficou sentada na cadeira mais próxima do solo.
Admita que a distância h, em metros, da cadeira onde está sentada a Natércia ao solo, t minutos após a roda começar a girar, é dada por:

$$h(t) = 20 - 19\cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$$

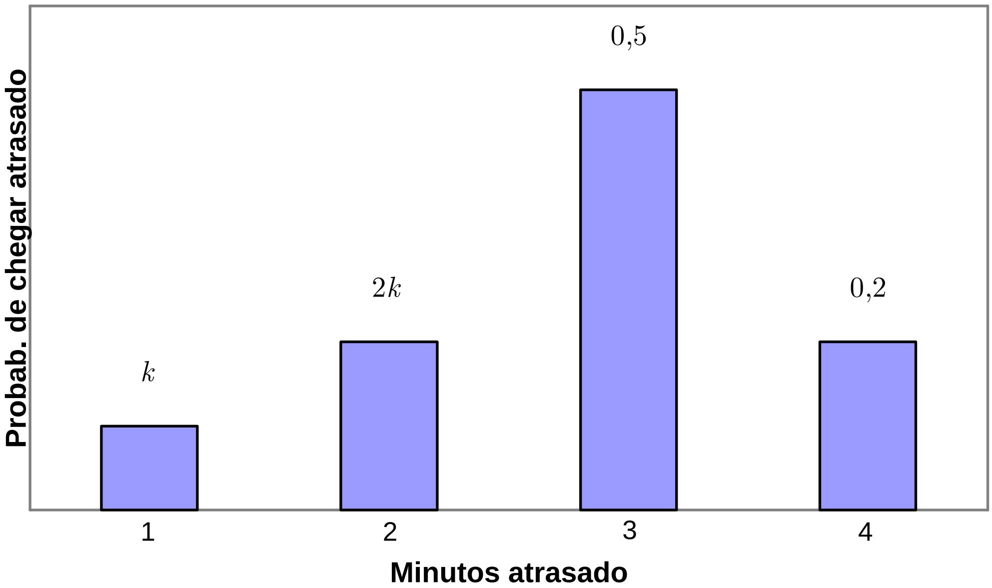
4.1. Determine a distância a que a cadeira onde a Natércia está sentada se encontra do solo no momento em que a roda começa a girar.

4.2. Quanto tempo demora a roda a dar uma volta completa?

4.3. Recorrendo à sua calculadora, determine quanto tempo, durante uma volta completa, a Natércia está a mais de 18 metros de distância do solo.
Dê uma resposta com aproximação às décimas de minuto.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo quatro casas decimais.

5. O Hélio contou as várias vezes que o autocarro que utiliza chega atrasado e elaborou um gráfico com os minutos que o autocarro chega atrasado e as respectivas probabilidades:



5.1. Calcule a probabilidade de o autocarro se atrasar mais de dois minutos.

5.2. Justifique que $k = 0{,}1$.

5.3. **Recorrendo à sua calculadora**, determine o valor médio (arredondados às décimas). Explique como procedeu, reproduzindo na sua folha de prova as listas que introduziu na calculadora.
Interprete o valor obtido no contexto do problema.

6. Numa fábrica, são produzidas peças de dois tipos A e B.

Cada peça do tipo A exige 16 horas na secção de produção e 6 horas na secção de acabamento.

Por sua vez, cada peça do tipo B leva também 16 horas na secção de produção mas 12 horas na secção de acabamento.

O lucro em cada peça do tipo A é de 60 euros e o lucro por cada peça do tipo B é igual a 90 euros.

Sabendo que a fábrica dispõe de um máximo de 200 horas para a produção e 120 horas para o acabamento, estime quantas peças de cada tipo deve a fábrica produzir de modo a ter o lucro máximo.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Complete a seguinte tabela*:

Peças	Número de peças	N.º horas na produção	N.º horas no acabamento	Lucro
Tipo A	x			
Tipo B	y			

- *Determine a função objectivo;*
- *Indique as restrições do problema;*
- *Construa o gráfico da região admissível;*
- *Estime os valores de x e de y para os quais é máxima a função objectivo.*

FIM

COTAÇÕES

1. ....**20**

1.1. 10

1.2. 10

2. ....**30**

2.1. 10

2.2. 12

2.3. 8

3. ....**52**

3.1. 32

3.1.1. 15

3.1.2. 17

3.2. 20

4. ....**48**

4.1. 12

4.2. 16

4.3. 20

5. ....**25**

5.1. 5

5.2. 10

5.3. 10

6. ....**25**

TOTAL **200**

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência

$\alpha\, r \quad (\alpha -$ *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro*; r *– raio*$)$

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ $(\alpha -$ *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro*; r *– raio*$)$

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi\, r\, g$

$(r$ *– raio da base*; g *– geratriz*$)$

Área de uma superfície esférica: $4\,\pi\, r^2$

$(r$ *– raio*$)$

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Cone: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3 \qquad (r$ *– raio*$)$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$