EXAME DO ENSINO SECUNDÁRIO A NÍVEL DE ESCOLA EQUIVALENTE A EXAME NACIONAL

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos Gerais

Duração da prova: 150 minutos
2007 **2.ª FASE**

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implica a anulação de todos os itens de escolha múltipla.

V.S.F.F.

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 9.

A prova inclui um formulário na página 11.

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Grupo I

- Os sete itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset S \text{ e } B \subset S\right)$.

Sabe-se que $P(A) = \frac{2}{5}$ e que os acontecimentos A e B são contrários.

Então o valor de $P\left(\overline{A} \cap B\right)$ é:

(A) 0 **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** 1

2. Numa certa linha do triângulo de Pascal, a soma dos dois primeiros com os dois últimos elementos é 230.

Qual é o terceiro elemento da linha **seguinte**?

(A) 6441 **(B)** 6555 **(C)** 246905 **(D)** 240464

3. Sabe-se que $\log_3 a = b \ (a > 0)$.

Qual das seguintes expressões é igual a $9a$?

(A) 27^b **(B)** 9^{2+b} **(C)** 3^{b+2} **(D)** 3^b

4. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$, cujo gráfico admite como assimptota a recta de equação $y = 2x - 3$.

Qual é o valor de $\lim_{x \to +\infty} \left[2.\left(f(x) - 2x\right)\right]$?

(A) -6 **(B)** 6 **(C)** 4 **(D)** -3

5. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função g, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \\ e^{3x+k} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

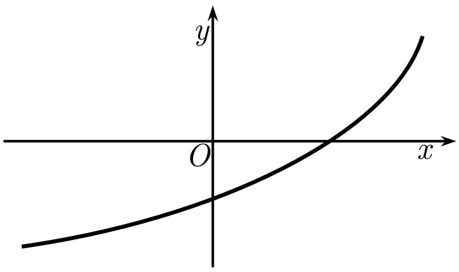
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** -3 **(D)** 2

6. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$.

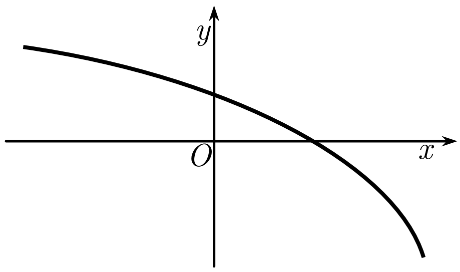
Sabe-se que $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) > 0$ e $f'(x) \times f''(x) < 0$.

Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?

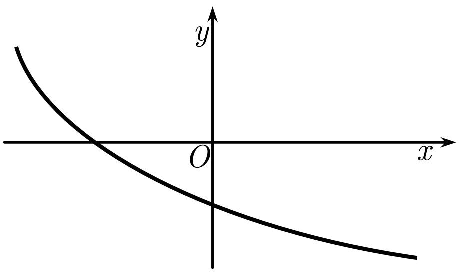
(A)



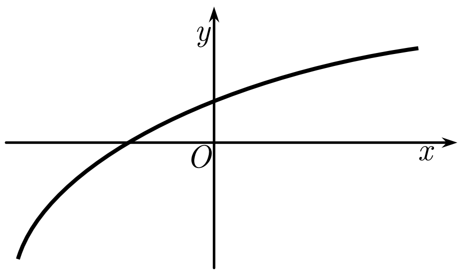
(B)



(C)



(D)



7. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z = 3\operatorname{cis}\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \qquad (\theta \in \mathbb{R})$$

Qual dos seguintes complexos representa obrigatoriamente $-z$?

(A) $3\operatorname{cis}\left(-\theta + \dfrac{\pi}{3}\right)$ **(B)** $3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right)$ **(C)** $-3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{\pi}{3}\right)$ **(D)** $-3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right)$

V.S.F.F.

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Uma turma de 25 alunos, dos quais 10 são rapazes e 15 são raparigas, pretende realizar uma viagem de fim de curso aos Açores.

1.1. Para organizar a viagem vai constituir-se uma comissão de três elementos.

Quantas comissões diferentes podem ser constituídas com, pelo menos, duas raparigas?

1.2. Uma agência de viagens apresentou à comissão um programa que inclui, por certa ordem, vários circuitos de cinco ilhas: S. Miguel, Terceira, Faial, Pico e Flores, visitando apenas uma vez cada uma delas.

1.2.1. Quantos são os circuitos possíveis?

1.2.2. Qual é a probabilidade de num circuito, as ilhas do Faial e Pico serem visitadas consecutivamente? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 2\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{4}$

2.1. Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\dfrac{z^2+4}{2i}$.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

2.2. Seja A a imagem geométrica de z e B a imagem geométrica de $\overline{z}$, num referencial de origem O.

Determine o perímetro do triângulo $[AOB]$.

3. Considere a função f definida em $\mathbb{R}^+$ por $f(x) = 4 + x - 2\ln x$

Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as seguintes alíneas.

3.1. Estude f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

3.2. Mostre que a função f tem um mínimo. Determine-o, apresentando-o na forma $\ln(k)$, onde k representa um número real positivo.

3.3. Determine as coordenadas do ponto do gráfico de f cuja ordenada é igual à abcissa.

4. Seja g uma função definida no intervalo $[-\pi, \pi]$ por $g(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$

4.1. Aplicando a **definição** de derivada de uma função num ponto, calcule $g'(0)$.

4.2. O gráfico de g contém dois pontos, onde a recta tangente é paralela ao eixo Ox.

Determine as abcissas desses pontos, utilizando métodos exclusivamente analíticos.

4.3. Utilizando o Teorema de Bolzano, mostre que a equação $g(x) = 3$ é possível no intervalo $\left]1, \frac{\pi}{2}\right[$.

4.4. Recorrendo à calculadora, determine **graficamente** as soluções **inteiras** da inequação $g(x) > 5 - x$.

Explique como procedeu, apresentando o gráfico, ou os gráficos, em que se baseou para dar a resposta, bem como coordenadas de pontos relevantes.

FIM

V.S.F.F.

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

COTAÇÕES

Grupo I **63**

Cada resposta certa 9

Cada resposta errada 0

Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II **137**

1. 32

1.1. 11

1.2. 21

1.2.1. 8

1.2.2. 13

2. 21

2.1. 12

2.2. 9

3. 36

3.1. 13

3.2. 14

3.3. 9

4. 48

4.1. 11

4.2. 14

4.3. 12

4.4. 11

TOTAL **200**

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência

$\alpha r \quad (\alpha$ — *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r — *raio*$)$

Áreas de figuras planas

Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Sector circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$ $(\alpha$ — *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r — *raio*$)$

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$

$(r$ – *raio da base;* g – *geratriz*$)$

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

$(r$ – *raio*$)$

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3 \qquad (r$ – *raio*$)$

Trigonometria

$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cdot \cos b + \operatorname{sen} b \cdot \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b}$$

Complexos

$$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$$

$$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \frac{\theta + 2k\pi}{n}\ ,\ k \in \{0, \ldots, n-1\}$$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\dfrac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \dfrac{1 - r^n}{1 - r}$

Regras de derivação

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u.v)' = u'.v + u.v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n.u^{n-1}.u' \qquad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\operatorname{sen} u)' = u'.\cos u$$

$$(\cos u)' = -u'.\operatorname{sen} u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u'.e^u$$

$$(a^u)' = u'.a^u.\ln a \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a} \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Limites notáveis

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \qquad (p \in \mathbb{R})$$

V.S.F.F.

PROVA 535

VERSÃO 1

EXAME DO ENSINO SECUNDÁRIO A NÍVEL DE ESCOLA EQUIVALENTE A EXAME NACIONAL

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos Gerais

Duração da prova: 150 minutos
2007 **2.ª FASE**

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

VERSÃO 2

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implica a anulação de todos os itens de escolha múltipla.

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 9.

A prova inclui um formulário na página 11.

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Grupo I

- Os sete itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Numa certa linha do triângulo de Pascal, a soma dos dois primeiros com os dois últimos elementos é 230.

Qual é o terceiro elemento da linha **seguinte**?

(A) 6555 **(B)** 6441 **(C)** 246905 **(D)** 240464

2. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos $\left(A \subset S \text{ e } B \subset S\right)$.

Sabe-se que $P(A) = \frac{2}{5}$ e que os acontecimentos A e B são contrários.

Então o valor de $P\left(\overline{A} \cap B\right)$ é:

(A) 0 **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** 1 **(D)** $\frac{3}{5}$

3. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$, cujo gráfico admite como assimptota a recta de equação $y = 2x - 3$.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[2.\left(f(x) - 2x\right)\right]$?

(A) 6 **(B)** 4 **(C)** -3 **(D)** -6

4. Sabe-se que $\log_3 a = b \ (a > 0)$.

Qual das seguintes expressões é igual a $9a$?

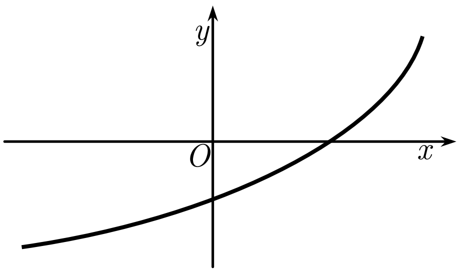
(A) 9^{2+b} **(B)** 3^{b+2} **(C)** 27^b **(D)** 3^b

5. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$.

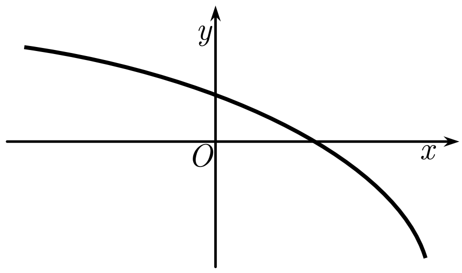
Sabe-se que $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) > 0$ e $f'(x) \times f''(x) < 0$.

Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?

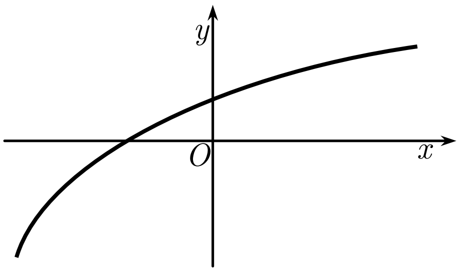
(A)



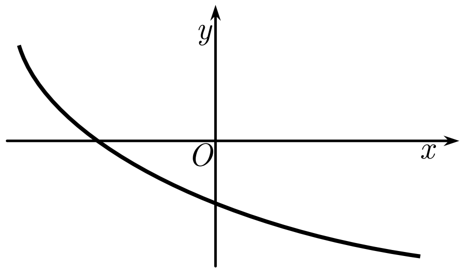
(B)



(C)



(D)



6. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função g, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \\ e^{3x+k} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 2 **(B)** 1 **(C)** 0 **(D)** -3

7. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z = 3\operatorname{cis}\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \qquad (\theta \in \mathbb{R})$$

Qual dos seguintes complexos representa obrigatoriamente $-z$?

(A) $3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right)$ **(B)** $3\operatorname{cis}\left(-\theta + \dfrac{\pi}{3}\right)$ **(C)** $-3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right)$ **(D)** $-3\operatorname{cis}\left(\theta + \dfrac{\pi}{3}\right)$

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Uma turma de 25 alunos, dos quais 10 são rapazes e 15 são raparigas, pretende realizar uma viagem de fim de curso aos Açores.

1.1. Para organizar a viagem vai constituir-se uma comissão de três elementos.

Quantas comissões diferentes podem ser constituídas com, pelo menos, duas raparigas?

1.2. Uma agência de viagens apresentou à comissão um programa que inclui, por certa ordem, vários circuitos de cinco ilhas: S. Miguel, Terceira, Faial, Pico e Flores, visitando apenas uma vez cada uma delas.

1.2.1. Quantos são os circuitos possíveis?

1.2.2. Qual é a probabilidade de num circuito, as ilhas do Faial e Pico serem visitadas consecutivamente? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 2\,\text{cis}\,\dfrac{\pi}{4}$

2.1. Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\dfrac{z^2+4}{2i}$.

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

2.2. Seja A a imagem geométrica de z e B a imagem geométrica de $\overline{z}$, num referencial de origem O.

Determine o perímetro do triângulo $[AOB]$.

3. Considere a função f definida em $\mathbb{R}^+$ por $f(x) = 4 + x - 2\ln x$

Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as seguintes alíneas.

3.1. Estude f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

3.2. Mostre que a função f tem um mínimo. Determine-o, apresentando-o na forma $\ln(k)$, onde k representa um número real positivo.

3.3. Determine as coordenadas do ponto do gráfico de f cuja ordenada é igual à abcissa.

4. Seja g uma função definida no intervalo $[-\pi, \pi]$ por $g(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$

4.1. Aplicando a **definição** de derivada de uma função num ponto, calcule $g'(0)$.

4.2. O gráfico de g contém dois pontos, onde a recta tangente é paralela ao eixo Ox.

Determine as abcissas desses pontos, utilizando métodos exclusivamente analíticos.

4.3. Utilizando o Teorema de Bolzano, mostre que a equação $g(x) = 3$ é possível no intervalo $\left]1, \frac{\pi}{2}\right[$.

4.4. Recorrendo à calculadora, determine **graficamente** as soluções **inteiras** da inequação $g(x) > 5 - x$.

Explique como procedeu, apresentando o gráfico, ou os gráficos, em que se baseou para dar a resposta, bem como coordenadas de pontos relevantes.

FIM

V.S.F.F.

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

COTAÇÕES

Grupo I	**63**
Cada resposta certa	9
Cada resposta errada	0
Cada questão não respondida ou anulada	0
Grupo II	**137**
1.	32
1.1.	11
1.2.	21
1.2.1.	8
1.2.2.	13
2.	21
2.1.	12
2.2.	9
3.	36
3.1.	13
3.2.	14
3.3.	9
4.	48
4.1.	11
4.2.	14
4.3.	12
4.4.	11
TOTAL	**200**

V.S.F.F.

ESTA FOLHA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência

αr $\quad (\alpha$ — *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r — *raio*$)$

Áreas de figuras planas

Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Sector circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$ $\quad (\alpha$ — *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r — *raio*$)$

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$

$(r$ – *raio da base;* g – *geratriz*$)$

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

$(r$ – *raio*$)$

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3 \qquad (r$ – *raio*$)$

Trigonometria

$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cdot \cos b + \operatorname{sen} b \cdot \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b}$$

Complexos

$$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$$

$$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \frac{\theta + 2k\pi}{n}\ ,\ k \in \{0, \ldots, n-1\}$$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma

Prog. Aritmética: $\dfrac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Prog. Geométrica: $u_1 \times \dfrac{1 - r^n}{1 - r}$

Regras de derivação

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u.v)' = u'.v + u.v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n.u^{n-1}.u' \qquad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\operatorname{sen} u)' = u'.\cos u$$

$$(\cos u)' = -u'.\operatorname{sen} u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u'.e^u$$

$$(a^u)' = u'.a^u.\ln a \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a} \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Limites notáveis

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \qquad (p \in \mathbb{R})$$

PROVA 535

VERSÃO 2

EXAME DO ENSINO SECUNDÁRIO A NÍVEL DE ESCOLA EQUIVALENTE A EXAME NACIONAL

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos Gerais

Duração da prova: 150 minutos
2007 **2.ª FASE**

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Grupo I **63**

Cada resposta certa 9
Cada resposta errada 0
Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II **137**

1. 32
- **1.1.** 11
- **1.2.** 21
  - **1.2.1.** 8
  - **1.2.2.** 13

2. 21
- **2.1.** 12
- **2.2.** 9

3. 36
- **3.1.** 13
- **3.2.** 14
- **3.3.** 9

4. 48
- **4.1.** 11
- **4.2.** 14
- **4.3.** 12
- **4.4.** 11

TOTAL **200**

V.S.F.F.

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o examinando dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Versão 1	C	B	C	A	A	D	B
Versão 2	A	D	D	B	C	C	A

Grupo II

Critérios gerais

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.

2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.

3. As cotações a atribuir às respostas dos examinandos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.

4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

- Se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
- Se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8 e 9 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas nos pontos 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.

5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo.
Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.

   6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

   6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.
   Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.
   Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
   - erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
   - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
   - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
   - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

   6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.

   6.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

   6.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

   6.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o examinando não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o examinando deve apresentar o valor exacto. Se o examinando apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.

V.S.F.F.

8. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.

9. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, «sem recorrer à calculadora», «equacione o problema», «resolva graficamente», etc.). Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.

10. Se, na resolução de um item, o examinando utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.

11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado .... –1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução .... –1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução .... –2 pontos

Critérios específicos

1.1. .... **11**

- ${}^{10}C_1 \times {}^{15}C_2$ 4
- ${}^{15}C_3$ 3
- ${}^{10}C_1 \times {}^{15}C_2 + {}^{15}C_3$ 3
- Resultado final 1

1.2.1. .... **8**

- Expressão que dá o número pedido 7
- Número pedido 1

1.2.2. .... **13**

- Expressão que dá a probabilidade pedida 11
- Resultado na forma de fracção irredutível 2

2.1. .... **12**

- $z^2 = 4i$ 4
- Restantes cálculos 8

2.2. .... **9**

- $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ 4
- $\overline{AB}$ 4
- Cálculo do perímetro 1

3.1. .... **13**

- Provar que a recta de equação $x = 0$ é assimptota vertical do gráfico de f 5
- Referir a continuidade de f para justificar que não existe outra assimptota 2
- Provar que o gráfico de f não tem assimptotas não verticais 6

3.2. .... **14**

- Determinar $f'(x)$ 4
- Determinar o zero de f' 3
- Estudar o sinal de f' e consequente conclusão 3
- Escrita do mínimo na forma pedida 4

3.3. .... **9**

- Equacionar o problema 3
- Resolver a equação 5
- Coordenadas do ponto 1

4.1. .... **11**

- Escrita na forma $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x \operatorname{sen} x}{x}$ 4
- Cálculo do limite 7

4.2. .... **14**

- Equacionar o problema 4
- Cálculo de $g'(x)$ 4
- Resolver a equação $g'(x) = 0$ 4
- Abcissas pedidas 2

4.3. .... **12**

- Referir que g é contínua em $\left[1, \dfrac{\pi}{2}\right]$ 2
- Calcular $g(1)$ 2
- Calcular $g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ 2
- Referir que $g(1) < 3 < g\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ 2
- Concluir o pretendido, evocando o Teorema de Bolzano 4

4.4. .... **11**

- Apresentação do gráfico da função g e da recta de equação $y = 5 - x$
  bem como dos pontos de intersecção 7
- Resposta 4

Exames Nacionais do Ensino Secundário 2007

Grelha de Classificação - Prova 535 - Matemática - 2.ª Fase

N.º e Nome Corrector: | | **Nº Provas:** |

	Código Confidencial da Escola	N.º Convencional da Prova	Versão da Prova	Grupo I							Grupo II												Total
				1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**1.1.**	**1.2.1.**	**1.2.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**4.4.**	
				(9)	(9)	(9)	(9)	(9)	(9)	(9)	(11)	(8)	(13)	(12)	(9)	(13)	(14)	(9)	(11)	(14)	(12)	(11)	(200)
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							

O Professor Corrector/Classificador,

____

Classificações homologadas em ___/___/2007
Por delegação da Presidente do JNE,
O Responsável de Agrupamento, ____________________