

EXAME A NÍVEL DE ESCOLA DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Cursos Tecnológicos



[www.esaas.com](http://www.esaas.com)

Duração da prova: 150 minutos

2.ª FASE

2007

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA – B

COTAÇÕES

1. ....	20
1.1. ....	10
1.2. ....	10
2. ....	30
2.1. ....	10
2.2. ....	12
2.3. ....	8
3. ....	52
3.1. ....	32
3.1.1. ....	15
3.1.2. ....	17
3.2. ....	20
4. ....	48
4.1. ....	12
4.2. ....	16
4.3. ....	20
5. ....	25
5.1. ....	5
5.2. ....	10
5.3. ....	10
6. ....	25
<b>TOTAL</b> .....	<b>200</b>

# CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

## Critérios gerais

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. A cotação a atribuir a cada item deverá ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
  - Se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
  - Se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9 e 10 destes critérios gerais, e das penalizações previstas nos pontos 11 e 12 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.
6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
  - 6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
  - 6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa. Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos. Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
    - erros de contas ocasionais devem ser penalizados em um ponto;
    - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser penalizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
    - transposições erradas de dados do enunciado devem ser penalizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
    - transposições erradas de dados do enunciado devem ser penalizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.
  - 6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.
  - 6.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
  - 6.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes

diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

- 6.6.** Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
- 7.** Existem, por vezes, etapas em que está previsto o recurso à calculadora. Nessas etapas, os critérios específicos subdividem-se em: «Explicação do método utilizado» e «Apresentação do(s) valor(es)».

**7.1.** Explicação do método utilizado:

De acordo com as instruções gerais para a realização da prova, o examinando deve apresentar todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora. Esta apresentação deve ser cotada de acordo com o critério que se segue, no qual, para cada nível de desempenho, é indicada uma percentagem. Esta percentagem deve ser aplicada sobre a cotação prevista para a explicação do método utilizado, e o valor obtido deve ser arredondado às unidades (por excesso, se a mantissa do número a arredondar for 0,5 ou superior).

Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes. ....100%

Apresentação correcta, mas com ausência de alguns elementos relevantes

ou

Apresentação completa, mas com algumas incorrecções (por exemplo, não respeitar o domínio de uma função) ..... 60%

Apresentação incompleta e com algumas incorrecções ..... 20%

Ausência de explicação ou simples referências do tipo «Vi na calculadora» ..... 0%

**7.2.** Apresentação do(s) valor(es):

Para cada valor que o examinando deve apresentar, os critérios específicos podem indicar um intervalo admissível. O valor apresentado pelo examinando pode pertencer, ou não, a esse intervalo.

- Se o valor pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação máxima prevista para essa apresentação, a menos de qualquer penalização prevista nos critérios específicos, por desrespeito relativo ao número de casas decimais com que o resultado deve ser apresentado.
- Se o valor não pertencer ao intervalo, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

- 8.** Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, o examinando não deve ser penalizado se não indicar a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não deve ser penalizado).
- 9.** O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
- 10.** O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, «equacione o problema», «resolva graficamente», etc.). Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
- 11.** Se, na resolução de um item, o examinando utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o

símbolo de equivalência), deve ser penalizado em um ponto, na cotação total a atribuir a esse item. Esta penalização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.

**12.** Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as penalizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado ..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução ..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução . ..... -2 pontos

## Critérios específicos

**1.1.** ..... **10**

A cotação a atribuir à resposta do examinando deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Determinar o valor da diagonal da face do cubo ( $\sqrt{1800}$  ou 42,4264).....4

Determinar o valor da diagonal do cubo ( $\sqrt{2700}$  ou 51,9615).....4

Distância pedida  $\approx 25,98$ .....2

**1.2.** ..... **10**

A cotação a atribuir à resposta do examinando deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Determinar o volume do cubo (27000) .....2

Determinar o volume da esfera ( $4500\pi$  ou 14137,167) .....3

Referir que o volume do espaço que não está ocupado pela esfera é dado por  $V_{\text{cubo-Vesfera}} (12862,833 \text{ cm}^3 = 12,86283 \text{ l})$ .....4

Conclusão (é possível) .....1

2.1. ....10

- Concluir que o número de casos possíveis é 23.....2
- Concluir que o número de casos favoráveis é 8.....5
- Determinar probabilidade pedida:  $\frac{8}{23}$  (ver **nota**).....3

**Nota:**

Se o examinando não apresentar o resultado na forma de fracção irredutível, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto.

2.2. ....12

- Determinar o número de discos que a Custódia comprou ao fim de  $n$  dias .....11
  - Reconhecer que a situação se traduz por uma progressão aritmética de razão 2 e primeiro termo 13 .....2
  - Escrever a expressão que dá o número de discos comprados pela Custódia no  $n$ -ésimo dia ( $13 + (n-1) \times 2$ ).....3
  - $13 + (n-1) \times 2 = 2n + 11$  .....2
  - Equacionar o problema ( $2n + 11 = 49$ ).....2
  - $n = 19$  .....2
- Resposta à questão colocada (19 de Agosto).....1

2.3. ....8

- Reconhecer que a situação se traduz por uma progressão geométrica de razão 2 e primeiro termo 3 .....2
- Escrever a expressão que representa a quantia armazenada pelo Dino ao fim de 12 semanas ( $3 \times \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2}$ ).....4
- Determinar a quantia pedida: 12285.....2

**3.1.1.** .....15

Substituir  $t$  por 15 (**ver nota 1**).....5

$f(15) = 18 - 16e^{-0,1 \times 15}$  (**ver nota 2**).....5

$f(15) \approx 14,4$  (**ver notas 3 e 4**).....5

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir penalizações relativas a substituições incorrectas:

- substituir  $t$  por 13,15 ..... penalização de 3 pontos
- substituir  $t$  por 1,15 ..... penalização de 4 pontos

2. Não se exige a apresentação deste passo, isto é, o examinando pode escrever, simplesmente,  $f(15) \approx 14,4$

3. Se o examinando, nos cálculos intermédios, não conservar, no mínimo, três casas decimais, deve ser penalizado em 1 ponto.

4. Se o examinando não apresentar o resultado final arredondado às décimas, ou se o apresentar incorrectamente, deverá ser penalizado em 1 ponto.

**3.1.2.** .....17

Concluir que  $y = 18$  é uma assíntota horizontal do gráfico da função.....9

Responder à questão colocada ( $18^\circ C$ ).....2

Interpretar o resultado .....6

A cotação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Interpretação correcta (*Com o passar do tempo, a temperatura da bebida tende a atingir a temperatura ambiente*).....6

Interpretação conceptualmente correcta, mas com algumas incorrecções de linguagem.....4

**3.2.** ..... **20**

Equacionar o problema ( $17 = 18 - 16e^{30k}$ ) ..... 5

Resolver a equação (ver **nota**) ..... 15

**Nota:**

O examinando pode resolver a equação analiticamente ou graficamente.

Se o examinando resolver a equação graficamente, com recurso à calculadora, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

Explicação do método utilizado (ver critério geral 7.1.) ..... 10

$k \approx -0,09$  ..... 5

O intervalo admissível para o valor de  $k$  é  $[-0,08; -0,10]$  (ver critério geral 7.2.)

Se o examinando resolver a equação analiticamente, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

$17 = 18 - 16e^{30k} \Leftrightarrow \frac{1}{16} = e^{30k}$  ..... 6

$k \approx -0,09$  ..... 9



<b>5.1.</b> .....	<b>5</b>
$P = 0,5 + 0,2 = 0,7$ .....	5
<b>5.2.</b> .....	<b>10</b>
$k + 2k + 0,5 + 0,2 = 1$ .....	8
Concluir que $k = 0,1$ .....	2
<b>5.3.</b> .....	<b>10</b>
Determinar o valor médio.....	5
Explicação do método utilizado (ver critério geral 7.1.).....	4
$\mu = 2,8$ .....	1
Interpretação.....	5

Completar a tabela .....5

Indicar a função objectivo,  $L = 60x + 90y$ , onde  $x$  representa o número de peças do tipo A e  $y$  representa o número de peças do tipo B.....2

Indicar as restrições .....6

$x \geq 0$  .....1

$y \geq 0$  .....1

$16x + 16y \leq 200$  .....2

$6x + 12y \leq 120$  .....2

Apresentar o gráfico da região admissível .....6

Indicar os valores de  $x$  e de  $y$  para os quais é máxima a função objectivo( $x = 5$  e  $y \approx 8$ ).....6

**Nota:** Se o examinando responder  $x = 5$  e  $y \approx 7$ , a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 1 ponto)