

EXAME A NÍVEL DE ESCOLA EQUIVALENTE A EXAME NACIONAL

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Cursos Gerais e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 150 minutos

2.ª FASE

2008

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Grupo I	63
Cada resposta certa	9
Cada resposta errada	0
Cada questão não respondida ou anulada.....	0
 Grupo II	 137
1.	21
1.1.	12
1.2.	9
2.	20
2.1.	8
2.2.	12
3.	12
4.	28
4.1.	12
4.2.	16
5.	28
5.1.	14
5.2.	14
6.	28
6.1.	14
6.2.	14
 TOTAL	 200

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	1	2	3	4	5	6	7
Versão 1	D	B	D	B	A	C	D
Versão 2	B	D	B	A	C	A	C

Grupo II

Critérios gerais

1. A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Se, numa alínea em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, o aluno se limitar a apresentar o resultado final, deverão ser atribuídos zero pontos a essa alínea.
3. Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas.
4. Existem alíneas cuja cotação está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para as resolver.
 - 4.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 4.2. Caso a resolução da etapa esteja incompleta, ou contenha incorrecções, cabe ao classificador decidir a cotação a atribuir a essa etapa, tendo em conta o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
 - erros de contas ocasionais devem ser penalizados em um ponto;
 - erros graves, que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades, devem ser penalizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa.
 - 4.3. No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
 - 4.4. Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
 - 4.5. Pode acontecer que o aluno, ao resolver uma questão, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios. Todos os passos não expressos pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução da questão, devem receber a cotação indicada.
5. Existem alíneas em que estão previstos alguns erros que o aluno pode cometer. Para cada caso, é indicada a cotação a atribuir. O aluno pode, contudo, utilizar um processo não contemplado nos critérios e/ou cometer um erro não previsto. Cabe ao classificador adaptar as referências dadas a todas as situações não previstas.
6. Se, na resolução de uma alínea, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), deve ser penalizado em um ponto, na cotação total a atribuir a essa alínea. Esta penalização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos.

7. Se, na resolução de uma alínea, o aluno não respeitar uma eventual instrução, relativa ao método a utilizar (por exemplo, se o enunciado vincular o aluno a uma resolução analítica, sem calculadora, e o aluno a utilizar), a etapa da resolução em que se dá o referido desrespeito bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
8. Tudo o que o aluno escrever fora de contexto e que não resulte de trabalho anterior (por exemplo, num exercício de probabilidades, a escrita de uma fracção que não tenha nada a ver com o problema, ou, num exercício de estudo da monotonia de uma função, a apresentação de um quadro fora do contexto) deve ser cotado com 0 (zero) pontos. Todas as etapas subsequentes que dependam do que o aluno escreveu fora de contexto devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.

Critérios específicos

1.1.12

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Concluir que $(z_1)^3 = z_2$	1
Calcular z_1 na forma trigonométrica.....	6
$ z_1 = \sqrt{2}$	2
$Arg(z_1) = -\frac{\pi}{4}$	3
$z_1 = \sqrt{2} cis(-\frac{\pi}{4})$	1
$(z_1)^3 = 2\sqrt{2} cis(-\frac{3\pi}{4})$	3
Conclusão.....	2

2.º Processo

Concluir que $(z_1)^3 = z_2$	1
Calcular $(z_1)^3$ na forma algébrica.....	6
$(1 - i)^2 = -2i$	3
$(1 - i)^3 = -2 - 2i$	3
Calcular z_2 na forma algébrica.....	3
Conclusão.....	2

1.2.9

A condição $\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z) \leq \text{Arg}(z_2)$ 5

$\text{Arg}(z_2) = \frac{5\pi}{4}$ 1

$\text{Arg}(z) \leq \text{Arg}(z_2)$ 2

$\text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{4}$ 2

$|z| \leq 1$ 2

A condição $\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z) \leq \text{Arg}(z_2) \wedge |z| \leq 1$ 2

2.1.8

Expressão que dá o número pedido (**ver nota 1**)7

Resultado final: 924 (**ver nota 2**)1

Notas:

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir.

${}^{12}C_6$ (ou equivalente)7

${}^{12}A_6$ (ou equivalente)4

Outras situações0

2. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

- Referir que existem 10 livros em Português, dos quais 2 são dicionários8
- Concluir que a probabilidade pedida é $\frac{1}{5}$ 4

2.º Processo

- Referir que $P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ (ver nota 1)3
- Concluir que $P(B | A) = \frac{\frac{2}{12}}{\frac{10}{12}}$ (ver nota 2)8
- Concluir que a probabilidade pedida é $\frac{1}{5}$ 1

Notas:

1. Se a fórmula apresentada pelo examinando estiver incorrecta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos à totalidade da resposta a este item.
2. Se o examinando, desrespeitando a instrução do enunciado, não explicitar os valores de $P(B \cap A)$ e de $P(A)$, ou seja, se escrever $P(B | A) = \frac{1}{5}$, a cotação a atribuir a esta etapa deve ser desvalorizada em 3 pontos.

- $P(Y) = 0,6$ 3
- $P(X \cap Y) = 0$ 3
- $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y)$ 3
- $P(X \cup Y) = 1,2$ 1
- Conclusão.....2

4.1.12

$N(0) \approx 5,2$ (ver nota).....3
 Interpretação.....3
 $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 9,8$ (ver nota).....3
 Interpretação.....3

Nota:

Se o examinando não apresentar o resultado final arredondado às décimas, ou se o apresentar incorrecto, deverá ser penalizado em 1 ponto, na cotação total a atribuir à sua resposta.

4.2.16

Equacionar o problema ($N(t) = 8$).....2
 $N(t) = 8 \Leftrightarrow e^{-0,036t} = \frac{1}{4}$ (ou equivalente).....5
 $e^{-0,036t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -0,036t = \ln(\frac{1}{4})$4
 $t \approx 38,508$ (ver notas 1 e 2).....3
 Resposta: em 1938.....2

Notas:

1. Se o examinando não apresentar o resultado final arredondado às milésimas, ou se o apresentar incorrecto, deverá ser penalizado em 1 ponto, na cotação total a atribuir à sua resposta.
2. Se o examinando não respeitar a indicação, expressa no enunciado, de conservação de um mínimo de três casas decimais, nos cálculos intermédios, deverá ser penalizado em 1 ponto, na cotação total a atribuir à sua resposta.

5.1.14

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ 3

Concluir que a recta de equação $x = 0$ não é assíntota do gráfico de f 2

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = +\infty$ 3

Concluir que a recta de equação $x = \frac{\pi}{2}$ é assíntota do gráfico de f 2

Justificar a não existência de outras assíntotas verticais2

Justificar a não existência de assíntotas não verticais (**ver nota**)2

Nota:

Se o aluno tentar verificar a existência de assíntota, quando $x \rightarrow \pm\infty$, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos. Se, em consequência desta desvalorização, a cotação resultar negativa, deve ser convertida em 0 (zero) pontos.

5.2.14

Desenho pedido6

Reprodução correcta do referencial, do gráfico de f de acordo com a janela indicada no enunciado3

Representação correcta do ponto A 1

Representação correcta do ponto B 2

Ordenada do ponto A : -1 2

Abcissa do ponto B : $0,8$ 3

Expressão da área do triângulo $[ABO]$ 2

Cálculo da área do triângulo $[ABO]$: $0,4$ 1

6.1.14

$h\left(\frac{3}{e}\right) = \ln\left(\frac{3}{e} + 5\right)$ 1

$h\left(\frac{3}{e}\right) = \ln\left(\frac{3+5e}{e}\right)$ 5

$h\left(\frac{3}{e}\right) = \ln(3 + 5e) - \ln e$ 6

$h\left(\frac{3}{e}\right) = \ln(3 + 5e) - 1$ 2

6.2.14

$h'(x) = \frac{1}{x+5}$ (ver nota)6

Constatação de que $h'(x) \neq 0$ 5

Conclusão.....3

Nota:

Se existir evidência de que o examinando pretende determinar a derivada de h , a cotação mínima a atribuir a esta etapa é de 1 ponto.