

EXAME A NÍVEL DE ESCOLA EQUIVALENTE A EXAME NACIONAL

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)

Cursos Gerais e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 150 minutos

1.ª FASE

2008

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Grupo I	63
Cada resposta certa	9
Cada resposta errada	0
Cada questão não respondida ou anulada.....	0
 Grupo II	 137
1.	21
1.1.	13
1.2.	8
2.	36
2.1.	24
2.1.1.	12
2.1.2.	12
2.2.	12
3.	24
3.1.	10
3.2.	14
4.	24
4.1.	10
4.2.	14
5.	32
5.1.	8
5.2.	12
5.3.	12
 TOTAL	 200

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	1	2	3	4	5	6	7
Versão 1	A	B	A	D	D	C	A
Versão 2	D	A	B	C	C	D	B

Grupo II

Critérios gerais

1. A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro, não negativo, de pontos.
2. Se, numa alínea em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, o aluno se limitar a apresentar o resultado final, deverão ser atribuídos zero pontos a essa alínea.
3. Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas.
4. Existem alíneas cuja cotação está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para as resolver.
 - 4.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 4.2. Caso a resolução da etapa esteja incompleta, ou contenha incorrecções, cabe ao classificador decidir a cotação a atribuir a essa etapa, tendo em conta o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:
 - erros de contas ocasionais devem ser penalizados em um ponto;
 - erros graves, que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades, devem ser penalizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa.
 - 4.3. No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
 - 4.4. Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
 - 4.5. Pode acontecer que o aluno, ao resolver uma questão, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios. Todos os passos não expressos pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução da questão, devem receber a cotação indicada.
5. Existem alíneas em que estão previstos alguns erros que o aluno pode cometer. Para cada caso, é indicada a cotação a atribuir. O aluno pode, contudo, utilizar um processo não contemplado nos critérios e/ou cometer um erro não previsto. Cabe ao classificador adaptar as referências dadas a todas as situações não previstas.
6. Se, na resolução de uma alínea, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), deve ser penalizado em um ponto, na cotação total a atribuir a essa alínea. Esta penalização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos.

7. Se, na resolução de uma alínea, o aluno não respeitar uma eventual instrução, relativa ao método a utilizar (por exemplo, se o enunciado vincular o aluno a uma resolução analítica, sem calculadora, e o aluno a utilizar), a etapa da resolução em que se dá o referido desrespeito bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
8. Tudo o que o aluno escrever fora de contexto e que não resulte de trabalho anterior (por exemplo, num exercício de probabilidades, a escrita de uma fracção que não tenha nada a ver com o problema, ou, num exercício de estudo da monotonia de uma função, a apresentação de um quadro fora do contexto) deve ser cotado com 0 (zero) pontos. Todas as etapas subsequentes que dependam do que o aluno escreveu fora de contexto devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.

Critérios específicos

1.1.13

$\frac{z}{i} = 3 + 2i$ 6

$x + 6 = 3 \wedge 2 + y = 2$ 5

$x = -3 \wedge y = 0$ 2

1.2.8

Representar o ponto A 2

Representar o ponto B 3

Desenhar o triângulo $[AOB]$ 1

Calcular a área do triângulo.....2

Nota:

Se o aluno não respeitar a indicação, expressa no enunciado, de que deve representar o triângulo $[AOB]$, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos à sua resposta.

2.1.12

Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 5

Referir que $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x}-1}{2x} = 1$ (porque é um limite notável).....3

Concluir que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$ 2

Mostrar que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ 3

Mostrar que $f(0) = 2$ 1

Conclusão.....3

2.2.12

Calcular $f(0)$ (ou $f(0) - 3$).....2

Calcular $f(4)$ (ou $f(4) - 3$).....2

Referir a continuidade de f 2

Referir que $f(0) < 3 < f(4)$ (ou que $f(0) - 3$ e $f(4) - 3$ têm sinais contrários).....4

Concluir o pretendido, evocando o Teorema de Bolzano (**ver nota**).....2

Nota:

Se o aluno concluir o pretendido, mas não referir que tal conclusão resulta do Teorema de Bolzano (ou do seu corolário), a classificação a atribuir a esta etapa deverá ser de 1 ponto.

2.3.12

$f'(x) = 2x$ para $x > 0$ 2

$f'(1) = 2$ 1

Identificar o declive da recta com $f'(1)$ 3

Escrever uma equação da recta6

Estabelecer a igualdade $y = 2x + b$ 1

$3 = 2 \times 1 + b$ 1

$b = 1$ 2

Escrever a equação reduzida ($y = 2x + 1$)2

ou

Escrever a equação $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ 3

Escrever a equação reduzida ($y = 2x + 1$)3

ou

Um vector director é $(1, 2)$ 3

Escrever uma equação vectorial $((x, y) = (1, 3) + k(1, 2), k \in \mathbb{R})$ 3

Nota:

1. Se existir evidência de que o aluno pretende determinar a expressão da derivada da função, a cotação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.
2. A obtenção do declive da recta por um método incorrecto (isto é, se não tiver a ver com $f'(1)$) implica a atribuição de cotação 0 (zero) na cotação total desta questão.

3.1.10

$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g'(x)}{x}$ 3

$m = +\infty$ 5

Conclusão2

Nota:

Se o aluno tentar verificar a existência de assíptota, quando $x \rightarrow -\infty$, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos. Se, em consequência desta desvalorização, a cotação resultar negativa, deve ser convertida em 0 (zero) pontos.

3.2.14

$g''(x) = 2 \ln x + 3$ 5

Determinar o zero de g'' 4

$g''(x) = 0$ 1

$g''(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^{-\frac{3}{2}}$ 3

Estudo do sinal de g'' e consequente conclusão (estudo que pode ser apresentado por meio de um quadro).....5

Primeira linha do quadro (**ver nota**).....2

Sinal de g'' 2

Relação entre o sinal de g'' e as concavidades do gráfico de g 1

Nota:

A primeira linha do quadro deve ser cotada de acordo com o seguinte critério:

Primeira linha correcta (zero de g'' e domínio, de 0 a $+\infty$).....2

Outras situações.....0

4.1.10

Substituir t por -1 (**ver nota 1**).....4

$f(-1) = 25 + 15\text{sen}(-0,4)$ (**ver nota 2**).....3

$f(-1) \approx 19$ (**ver notas 3 e 4**).....3

Notas:

1. Indicam-se a seguir penalizações relativas a substituições incorrectas:

- substituir t por 9penalização de 2 pontos
- substituir t por 1penalização de 3 pontos

2. Não se exige a apresentação deste passo, isto é, o aluno pode escrever, simplesmente, $f(-1) \approx 19$

3. Se o aluno, nos cálculos intermédios, não conservar, no mínimo, três casas decimais, deve ser penalizado em 1 ponto.

4. Se o aluno não apresentar o resultado final arredondado às unidades, ou se o apresentar incorrectamente, deverá ser penalizado em 1 ponto.

4.2.14

Método utilizado para resolver a condição.....	10
Apresentação do gráfico da função c	2
Apresentação da recta $y = 35$	2
Abcissas dos pontos de intersecção: 1,82 e 6,03.....	6
Resposta: 4,21 horas (ver nota 1).....	2
Resposta: 4h13m (ver nota 2).....	2

Notas:

1. Se o aluno, nos cálculos intermédios, não conservar, no mínimo, duas casas decimais, deve ser penalizado em 1 ponto.
2. Se o aluno não apresentar os minutos arredondados às unidades, ou se o apresentar incorrectamente, deverá ser penalizado em 1 ponto.

5.1.8

Expressão que dá o número pedido (ver nota 1).....	7
Resultado final (ver nota 2).....	1

Notas:

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir.

$48 \times 47 \times 4!$ (ou equivalente).....	7
$48 \times 47 \times 4$ (ou equivalente).....	4
$4!$ (ou equivalente).....	2
Outras situações.....	0

2. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.

Expressão que dá probabilidade (ver notas 1 e 2).....11
 Resultado final (ver nota 3).....1

Notas:

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir. Cabe ao professor definir as cotações para outras respostas.

1.º caso: Fracções com denominador ${}^{52}C_4$ (ou equivalente) e com numerador igual a:

${}^{12}C_3 \times 40$ (ou equivalente).....11

${}^{12}C_3$ (ou equivalente).....7

${}^{12}A_3$ (ou equivalente).....4

Outras situações.....3

2.º caso: Fracções com denominador ${}^{52}A_4$ (ou equivalente) e com numerador igual a:

${}^{12}C_3 \times 40 \times 4!$ (ou equivalente).....11

${}^{12}C_3 \times 4!$ (ou equivalente).....7

${}^{12}A_3$ (ou equivalente).....4

Outras situações.....3

2. Se o aluno indicar apenas o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, mas não escrever a fracção, deverá ser atribuído menos 1 ponto do que nas situações atrás referidas.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.

A composição deve contemplar os seguintes pontos:

- Referência à Regra de Laplace
- Explicação do número de casos possíveis
- Referência às duas hipóteses em alternativa, nos casos favoráveis
- Explicação do valor 13^4
- Explicação do valor 12^4

A classificação a atribuir deve estar de acordo com a seguinte tabela:

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
A composição contempla correctamente os cinco pontos	10	11	12
A composição contempla correctamente quatro pontos	7	8	9
A composição contempla correctamente três pontos	5	6	7
A composição contempla correctamente dois pontos	3	4	5
A composição contempla correctamente um ponto	1	2	3

Nível 3 - Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de rigor de sentido.

Nível 2 - Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.

Nível 1 - Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.