

6.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 3

Duração: 90 minutos
3.º Período – 09/06/03
Nome:

Classificação: ,

N.º: O professor:

Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Suponha que uma grande empresa tem os números de telefone começados por **111** (todos com nove algarismos). Sabe-se que apenas os quadros superiores têm os números de telefone começados por **11111**. Quantos números de telefone disponíveis para **quadros não superiores** podem existir nessa empresa?

(A) 990 000 (B) 880 000 (C) 770 000 (D) 660 000

2. O dono de um *stand* tem oito automóveis (dos quais dois são comerciais) e tem de escolher cinco para pôr na entrada principal para venda.

Considere que X designa a variável “*número de automóveis comerciais existentes nessa entrada*”. Qual das seguintes distribuições de probabilidades pode ser a da variável X ?

(A)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{20}{8C_5}$

(B)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{6}{8C_5}$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{20}{8C_5}$

(D)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{6}{8C_5}$

3. A distância h (em metros) de um dado ponto do casco de um navio ao fundo do mar é dada, em função do tempo t (em horas) por $h(t) = 10 - \cos(0,5t)$. Qual é, aproximadamente, a velocidade (em metros por hora) do ponto do casco, duas horas após o início da contagem?

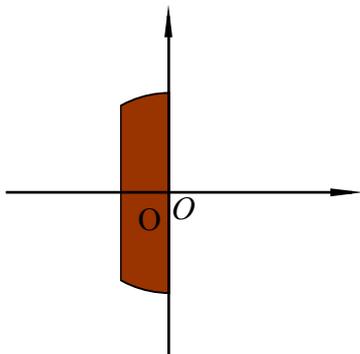
(A) 0,24 (B) 0,35 (C) 0,42 (D) 0,53

4. Seja z um número complexo tal que $z = 3 \operatorname{cis}\left(\frac{6}{7}\pi\right)$. Qual poderá ser o simétrico de z ?

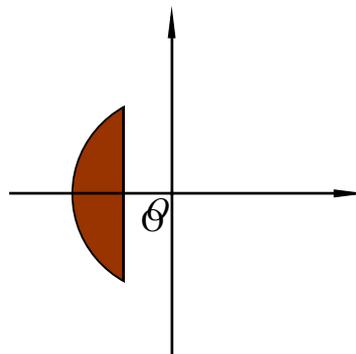
- (A) $\frac{1}{3} \operatorname{cis}\left(\frac{13}{7}\pi\right)$ (B) $\frac{1}{3} \operatorname{cis}\left(-\frac{6}{7}\pi\right)$ (C) $3 \operatorname{cis}\left(\frac{13}{7}\pi\right)$ (D) $3 \operatorname{cis}\left(-\frac{6}{7}\pi\right)$

5. Qual das figuras seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2 \wedge 0 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 1\}$?

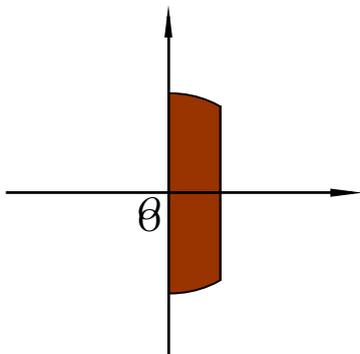
(A)



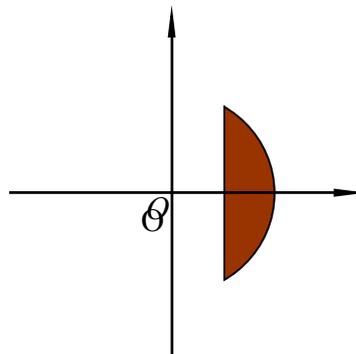
(B)



(C)



(D)



Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, sejam $z_1 = 16 \operatorname{cis}\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ e $z_2 = -\sqrt{3} + i$.

1.1. Escreva z_1 na forma algébrica e z_2 na forma trigonométrica.

1.2. Calcule o comprimento do segmento $[AB]$, sendo A a imagem geométrica de z_1 e B a imagem geométrica do número complexo $z_3 = z_1 \cdot i^{50}$.

1.3. Indique, justificando, o valor lógico da proposição: "O número complexo $\frac{z_1}{z_2}$ é um imaginário puro".

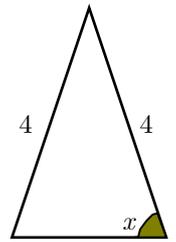
1.4. Sem recorrer à calculadora, resolva a equação $z_2^5 \cdot z = z_1$, apresentando o resultado na forma algébrica.

1.5. Mostre que z_2 é uma das raízes quartas de z_1 e determine, na forma trigonométrica, uma outra raiz.

2. Considere o número complexo $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ tal que o seu conjugado é igual ao seu inverso.

Prove que $|z| = 1$.

3. Numa fábrica de cerâmica produzem-se tijoleiras triangulares. Cada peça é um triângulo isósceles de lado 4 como mostra a figura $(x \in]0, \frac{\pi}{2}[)$.



3.1 Verifique que a área do triângulo é dada, em função de x , por $A(x) = 16 \operatorname{sen} x \cos x$.

3.2. Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor x para o qual a área da tijoleira é máxima e determine-o. Nestas condições, classifique o triângulo dado quanto aos ângulos.

3.3. Calcule, analiticamente, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{A(x)}{2x}$.

3.4. Considere agora a função B , de domínio $]0, \frac{\pi}{2}[$ e tal que a função A é a **segunda derivada** de B .

O que pode dizer sobre o sentido da concavidade do gráfico de B ?

FIM

COTAÇÕES

Grupo I5

Cada resposta certa: + 1	Cada resposta errada: - 0,2	Cada questão não respondida ou anulada: 0
--------------------------	-----------------------------	---

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II 15

1.....7,7	2.....1,5	3.....5,8
1.1.....1,5		3.1.....1,7
1.2.....1,5		3.2.....1,7
1.3.....1,5		3.3.....1,3
1.4.....1,7		3.4.....1,1
1.5.....1,5		

O professor: RobertOliveira
internet: sm.page.vu
ou go.to/roliveira