



Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2008/2009)

6.º (MINI) TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 3

www.ebsaas.com

3.º Período

03/06/09

Duração: 45 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

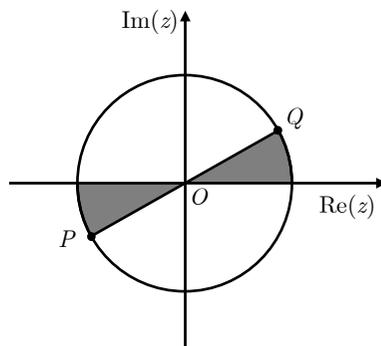
Nas questões apresentadas a seguir, use apenas processos analíticos. Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. No plano complexo da figura junta, está representada uma circunferência centrada na origem.

Sabe-se que:

- O ponto P é a imagem geométrica de um número complexo w e tem coordenadas $(-\sqrt{6}, -\sqrt{2})$;
- O ponto Q é a imagem geométrica do número complexo simétrico de w .



1.1. Mostre que $-w = 2\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{6}$.

1.2. Calcule, na forma trigonométrica, as raízes quartas de w , simplificando o mais possível as expressões obtidas.

1.3. Defina, por meio de uma condição em \mathbb{C} , a região sombreada, incluindo a fronteira.

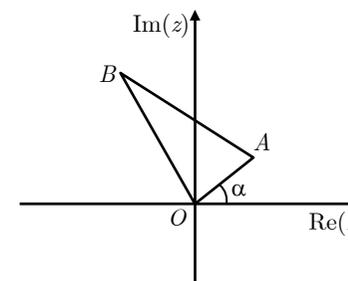
2. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, seja $w = 3i$.

2.1. Determine $\frac{w - (\operatorname{cis} \frac{\pi}{10})^5}{1+2i}$ apresentando o resultado final na forma algébrica.

2.2. Represente a região do plano complexo definida pela condição, em \mathbb{C} , por:

$$|z+w| = 2 \wedge \operatorname{Re}(z) \geq -1$$

3. Considere, no plano complexo, o triângulo $[AOB]$:



Sabe-se que:

- O ponto A está no primeiro quadrante e é a imagem geométrica de um número complexo $z = \sqrt{2} \operatorname{cis} \alpha$, $\alpha \in]0; \frac{\pi}{3}[$;
- O ponto B está no segundo quadrante e é a imagem geométrica do número complexo z^3 .

3.1. Mostre que a área do triângulo $[AOB]$ é dada, em função de α , pela função definida por $f(\alpha) = 2 \operatorname{sen}(2\alpha)$.

Percorra os seguintes passos:

- Determine o comprimento do segmento $[BO]$ (base do triângulo);
- Considere um ponto no segmento $[BO]$ e escreva a expressão da altura do triângulo em função de α ;
- Determine a área pedida.

3.2. Suponha que a área do triângulo $[AOB]$ é igual a $\sqrt{3}$.

Determine z^{10} na forma algébrica.

4. “O símbolo arquitectónico da universidade, o relógio da torre hexagonal de North Hall (...)”
A MANCHA HUMANA, Philip Roth

São dados os seguintes números complexos:

$$z_A = 2 \operatorname{cis} \frac{4\pi}{9} \quad \text{e} \quad z_B = 2 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{9}$$

Sabe-se que z_A e z_B são raízes **consecutivas** de índice n de um certo número complexo. O que representam, geometricamente, todas as imagens geométricas das raízes desse número complexo? Justifique.

FIM

COTAÇÕES

| | | | |
|------------|------------|------------|----------|
| 1.....70 | 2.....50 | 3.....60 | 4.....20 |
| 1.1.....20 | 2.1.....26 | 3.1.....32 | |
| 1.2.....28 | 2.2.....24 | 3.2.....28 | |
| 1.3.....22 | | | |