



6.º (MINI) TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

www.ebsaas.com

3.º Período

03/06/09

Duração: 45 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Nas questões apresentadas a seguir, use apenas processos analíticos. Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

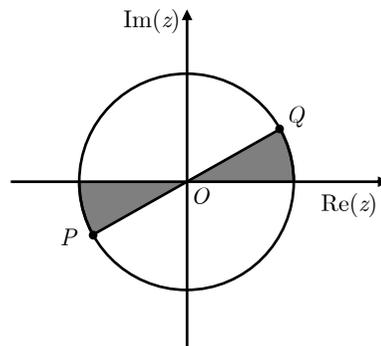
1. “As luvas estão na posição clássica, prontas (...) e a circunferência de cada uma delas é maior do que a do seu rosto.”

A MANCHA HUMANA, Philip Roth

No plano complexo da figura junta, está representada uma circunferência centrada na origem.

Sabe-se que:

- O ponto P é a imagem geométrica de um número complexo w e tem coordenadas $(-\sqrt{6}, -\sqrt{2})$;
- O ponto Q é a imagem geométrica do número complexo simétrico de w .



- 1.1. Mostre que $-w = 2\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{6}$.
- 1.2. Calcule, na forma trigonométrica, as raízes quartas de w , simplificando o mais possível as expressões obtidas.
- 1.3. Defina, por meio de uma condição em \mathbb{C} , a região sombreada, incluindo a fronteira.

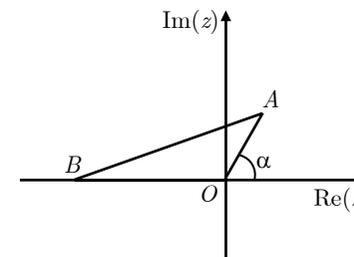
2. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, seja $w = 3i$.

2.1. Determine $\frac{w + (\operatorname{cis} \frac{3\pi}{8})^4}{2+i}$ apresentando o resultado final na forma algébrica.

2.2. Represente a região do plano complexo definida pela condição, em \mathbb{C} , por:

$$|z+w| = 2 \wedge \operatorname{Im}(z) \geq -2$$

3. Considere, no plano complexo, o triângulo $[AOB]$:



Sabe-se que:

- O ponto A está no primeiro quadrante e é a imagem geométrica de um número complexo $z = \sqrt{2} \operatorname{cis} \alpha$, $\alpha \in]0; \frac{\pi}{2}[$;
- O ponto B está no semieixo real negativo e é a imagem geométrica do número complexo z^3 .

Calcule a área do triângulo $[AOB]$.

Percorra os seguintes passos:

- Determine o comprimento do segmento $[BO]$ (base do triângulo);
- Considere um ponto no semieixo real positivo e escreva a expressão da altura do triângulo em função de α ;
- Mostre que a área do triângulo $[AOB]$ é dada, em função de α , por $2 \operatorname{sen} \alpha$;
- Determine o valor de α ;
- Calcule a área pedida.

4. São dados os seguintes números complexos:

$$z_A = 2 \operatorname{cis} \frac{4\pi}{9} \quad \text{e} \quad z_B = 2 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{9}$$

Sabendo que z_A e z_B são raízes **consecutivas** de índice n de um número complexo z :

4.1. Justifique que $n = 6$;

4.2. Determine, na forma algébrica, este número z .

FIM

COTAÇÕES

1.....70	2.....50	3.....34	4.....46
1.1.....20	2.1.....26		4.1.....18
1.2.....28	2.2.....24		4.2.....28
1.3.....22			