

5.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 3

Duração: 90 minutos
 3.º Período – 19/05/03
 Nome:

Classificação: ,

N.º: O professor:

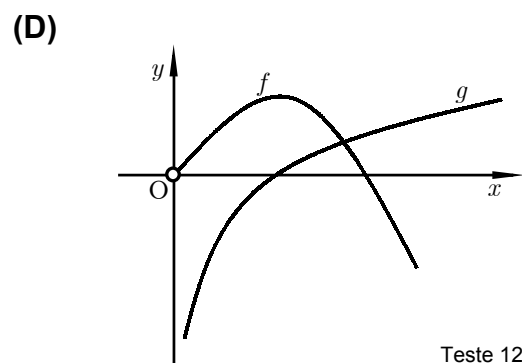
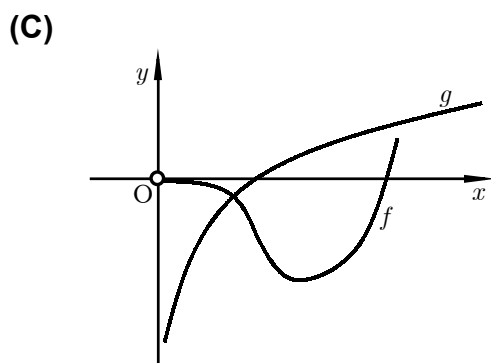
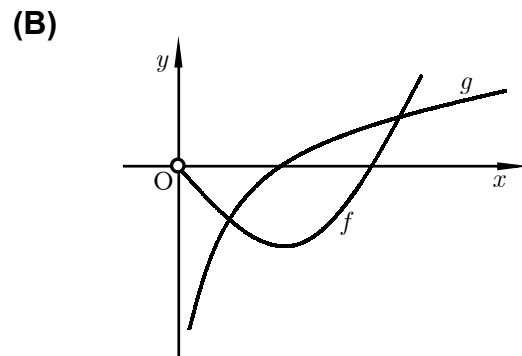
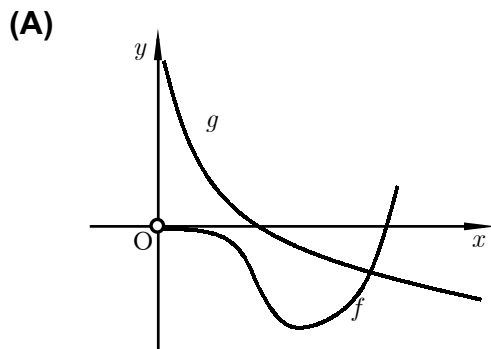
Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Na semana passada, a Organização Mundial de Saúde estimava que três em cada vinte indivíduos infectados com a Síndrome Respiratória Aguda (*Pneumonia Atípica*) morria. Dados dois quaisquer indivíduos na semana passada com essa doença, qual era a probabilidade de **nenhum morrer**?

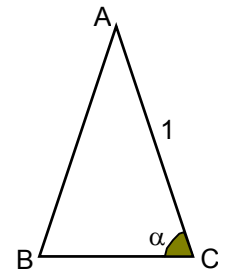
- (A) 50,5% (B) 57,75% (C) 60,5% (D) 72,25%

2. Em cada um dos quatro gráficos a seguir representados, estão as funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R}^+ . Em qual dos gráficos, a função g pode representar a **segunda derivada** de f ?



3. Na figura está representado um triângulo isósceles [ABC] de lado 1. Seja α a amplitude do ângulo BCA. Qual das expressões seguintes dá o perímetro do triângulo ABC, em função de α ?

- (A) $2 + 2 \operatorname{sen} \alpha$ (B) $2 + 2 \operatorname{cos} \alpha$
 (C) $1 + 1 \operatorname{sen} \alpha$ (D) $1 + 1 \operatorname{cos} \alpha$



4. Indique o valor de $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\ln x}{\operatorname{tg} x}$

- (A) 1 (B) $+\infty$ (C) $-\infty$ (D) 0

5. Dado o número complexo $z = 1 + i$, em que quadrante do plano complexo se encontra a imagem geométrica do número complexo $z^{i^{145}}$?

- (A) 1.º quadrante (B) 2.º quadrante (C) 3.º quadrante (D) 4.º quadrante

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Considere a função f tal que $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{3}$ e cuja derivada está definida, no intervalo $]0, \pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, por $f'(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$.

Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as três alíneas seguintes.

1.1 Determine o valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(h + \frac{5}{6}\pi\right) - f\left(\frac{5}{6}\pi\right)}{h}$.

1.2. Escreva uma equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$.

1.3. Mostre que $f''(x) = -\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}$ e estude o gráfico de f quanto ao sentido das suas concavidades.

2. Um grupo de cinco amigos foi, no dia dezassete de Maio, a uma estância balnear no Funchal
- 2.1. Todos eles foram no automóvel de cinco lugares do Deodato (com este a conduzir). De quantas maneiras poderiam ter se sentado os outros quatro amigos?
- 2.2. Qual foi a probabilidade de a Almira ter ficado no centro da cadeira de trás, supondo que o Deodato foi à frente (a conduzir ou não)?
- 2.3. Nesse dia, todos os amigos sabiam de antemão a variação da maré no Funchal pois um deles tinha chegado à conclusão que a altura da água do mar era dada, aproximadamente, pela função $h(t) = 1,1 \sin\left(\frac{8\pi}{49}t + \frac{178\pi}{1225}\right) + 1,4$ com t em horas e h em metros ($t \in [0, 24]$)
- 2.3.1. Os cinco amigos foram dar um mergulho às dez horas e quarenta e cinco minutos. A essa hora, qual era a altura da água? Apresente o resultado em metros, arredondado às centésimas.
- 2.3.2. Nesse dia, houve duas vezes a *preia-mar*. Recorrendo à sua calculadora, determine quanto tempo (em horas e minutos) depois da primeira *preia-mar* ocorreu a segunda. Explique como procedeu.
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.
- 2.3.3. Determine a expressão da função derivada de h .
- 2.3.4. Calcule e interprete $h'(6)$. Apresente o resultado em centímetros por hora, arredondado às unidades.
3. Seja f uma função contínua, de domínio $[0,5]$ e contradomínio $[-4,-3]$ e g a função, de domínio $[0,5]$, definida por $g(x) = f(x) + x$. Prove que a função g tem, pelo menos, um zero.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 5

Cada resposta certa: + 1	Cada resposta errada: - 0,2	Cada questão não respondida ou anulada: 0
--------------------------	-----------------------------	---

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II 15

1.....5,1	2.....8,4	3.....1,5
1.1.....1,5	2.1.....1,1	
1.2.....1,7	2.2.....1,5	
1.3.....1,9	2.3.1.....1,5	
	2.3.2.....1,7	
	2.3.3.....1,3	
	2.3.4.....1,3	

O professor: RobertOliveira
internet: sm.page.vu
ou go.to/roliveira