

5.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 7

Duração: 90 minutos

2.º Período – 29/04/02

Nome:

N.º:

Classificação:

Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Lança-se duas vezes um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 4. Seja X o número de vezes que sai a face 4 nos dois lançamentos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável X?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

(D)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

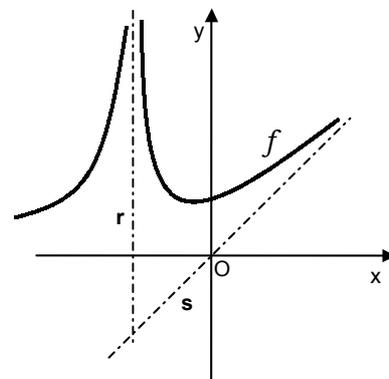
2. Na figura ao lado, as rectas r e s são assíntotas do gráfico de f. Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

(C) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$

(D) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$



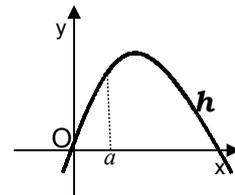
3. Para um certo valor de k , é contínua em \mathbf{R} a função g definida por $g(x) = \begin{cases} ke^{-x} + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\text{sen}(3x)}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Qual é o valor de k ?

- (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

4. A função h , de domínio \mathbf{R} , admite primeira e segunda derivadas no ponto a . Então, podemos concluir que:

- (A) $f''(a) = 0$ (B) $f'(a) = 0$
 (C) $f''(a) > 0$ (D) $f'(a) > 0$



5. Uma roda gigante começa a girar. A distância, em metros, de uma cadeira ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por $d(t) = 7 + 5 \text{sen}\left(\frac{\pi t}{30}\right)$. Qual é a velocidade (aproximada) da cadeira, em metros por segundo, após 5 segundos?

- (A) $0,4$ (B) $0,5$ (C) $1,2$ (D) $2,5$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Foi detectada uma praga agrícola. Para a exterminar, foram lançados pesticidas. O desenvolvimento da praga após a aplicação dos pesticidas é dada (em milhares de insectos por metro quadrado) pela função definida por:

$$E(x) = 8 - \log_2(3x + 4) \text{ sendo } x \text{ em horas.}$$

- 1.1. Numa loja da especialidade há seis latas de pesticida à venda numa prateleira: quatro têm rótulo amarelo e dois têm rótulo azul. Ordenando aleatoriamente os pesticidas na prateleira, qual a probabilidade de os pesticidas de rótulo azul ficarem nos extremos? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
- 1.2. Quantos insectos por m^2 havia ao fim de vinte e quatro horas? Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 1.3. Após quanto tempo havia 400 insectos por m^2 ? Apresente o resultado em dias e horas (horas arredondado às unidades).
- 1.4. Mostre, analiticamente, que $E''(x) = \frac{9}{\ln 2(3x+4)^2}$ e conclua sobre o sentido das concavidades do gráfico de E .

2. Considere a função f , de domínio $]0,\pi[$ definida por $f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x}$.

2.1. Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes.

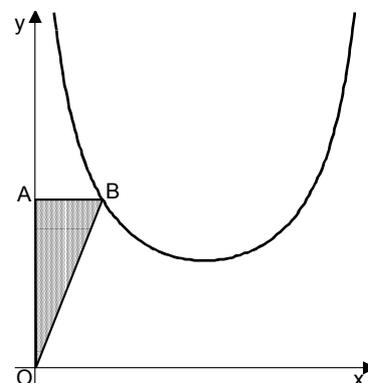
a) Resolva a equação $f(x) = 3$

b) Mostre que a função f tem um mínimo e determine-o.

2.2. Na figura está representada parte do gráfico da função g definida por $g(x) = f(x) - 1$.

Na mesma figura está também representado um triângulo rectângulo [BOA]. O ponto B pertence ao gráfico de g e tem ordenada 2,5. Recorrendo à sua calculadora, determine a área do triângulo [BOA] (apresente o resultado arredondado às décimas). Explique como procedeu.

Nota: sempre que, nos valores intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, uma casa decimal.



3. Calcule o valor exacto de $\cos\left(\frac{11}{12}\pi\right)$.

Sugestão: descubra primeiro dois ângulos a e b , cujas razões trigonométricas são conhecidas, e tais que $\frac{11}{12}\pi = a + b$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 5

Cada resposta certa	+ 1
Cada resposta errada	- 0,2
Cada questão não respondida ou anulada	0

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II 15

1.	7,8
1.1.	1,8
1.2.	1,8
1.3.	2
1.4.	2,2
2.	5,6
2.1.	3,8
a)	1,8
b)	2
2.2.	1,8
3.	1,6