

5.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 2

Duração: 90 minutos

2.º Período – 30/04/02

Nome:

N.º:

Classificação:

Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Lança-se duas vezes um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 4. Seja X o número de vezes que sai a face 4 nos dois lançamentos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável X?

(A)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$

(B)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$

(C)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

(D)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

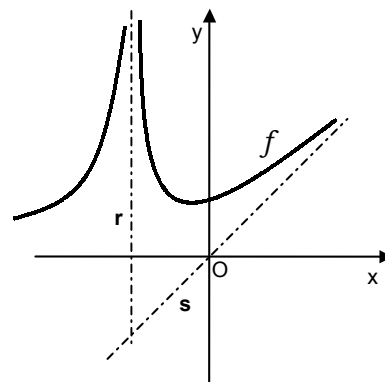
2. Na figura ao lado, as rectas r e s são assíntotas do gráfico de f. Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

(B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

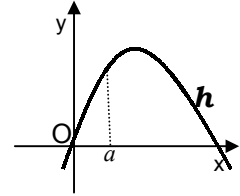
(C)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$

(D)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$



3. A função  $h$ , de domínio  $\mathbf{R}$ , admite primeira e segunda derivadas no ponto  $a$ . Então, podemos concluir que:

- (A)  $f''(a) = 0$                       (B)  $f'(a) = 0$   
(C)  $f''(a) < 0$                       (D)  $f'(a) < 0$



4. Indique o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\text{sen}(3x)}$

- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B) 3                      (C) 0                      (D)  $+\infty$

5. No conjunto  $\mathbf{C}$  dos números complexos, é dado o número complexo  $z = a + 3i$ ,  $a < 0$ . No plano complexo, a que quadrante pertence o afixo do complexo  $w = z i$ ?

- (A) Ao primeiro                      (B) Ao segundo                      (C) Ao terceiro                      (D) Ao quarto

## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Um homem foi encontrado morto no seu apartamento. Suspeitando de crime, a Polícia Judiciária procurou de imediato saber a que horas este tinha sido cometido. A temperatura do quarto mantinha-se constante, havendo razões para supor que assim era desde manhã cedo. A P.J., usando a Lei de NEWTON do Arrefecimento de um Corpo, sabe que a temperatura do corpo (em graus Celsius),  $t$  horas após o crime, é dada pela seguinte função:

$$C(t) = 20 + 16,5e^{-0,36t}$$

- 1.1. Quando o crime foi cometido, qual era a temperatura do corpo?
- 1.2. Às treze horas, a P.J. mediu a temperatura do corpo ( $25^{\circ}\text{C}$ ). A que horas, aproximadamente, foi cometido o crime? Apresente o resultado em horas e minutos.
- 1.3. Com o decorrer do tempo, a temperatura do corpo tende a igualar a temperatura ambiente. Indique, justificando, a temperatura ambiente.
- 1.4. Estude, analiticamente, a função  $C$  quanto à monotonia.
- 1.5. Na morgue da P.J. estão doze corpos lado a lado, dos quais quatro são de mulheres. Ordenando aleatoriamente os corpos, qual a probabilidade de as mulheres ficarem todas num extremo? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. Considere a função  $f$ , de domínio  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  definida por  $f(x) = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$ .

2.1. Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes.

a) Resolva a equação  $f(x) = 3$

b) Mostre que a função  $f$  tem um mínimo e determine-o.

2.2. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $g(x) = \frac{1}{2x}$ . Mostre que, no intervalo  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  os gráficos de  $f$  e de  $g$  se intersectam num ponto. Determine as coordenadas desse ponto (apresente os valores na forma de dízima, com aproximação às centésimas).

3. Calcule o valor exacto de  $\text{sen}\left(\frac{11}{12}\pi\right)$ .

**Sugestão:** descubra primeiro dois ângulos  $a$  e  $b$ , cujas razões trigonométricas são conhecidas, e tais que  $\frac{11}{12}\pi = a + b$

FIM

## COTAÇÕES

Grupo I ..... 5

Cada resposta certa ..... + 1  
 Cada resposta errada ..... - 0,2  
 Cada questão não respondida ou anulada ..... 0

**Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II ..... 15

1. .... 8  
     1.1. .... 1,4  
     1.2. .... 1,8  
     1.3. .... 1,6  
     1.4. .... 1,6  
     1.5. .... 1,6  
 2. .... 5,4  
     2.1. .... 3,7  
         a) ..... 1,7  
         b) ..... 2  
     2.2. .... 1,7  
 3. .... 1,6