

Escola Secundária de Francisco Franco (2011/2012)  
www.esffranco.edu.pt

5.º mini-teste de Matemática A – 12.º ano  
abril de 2012

3.º Período

Trigonometria

Duração: 45 min.

N.º:

Nome:

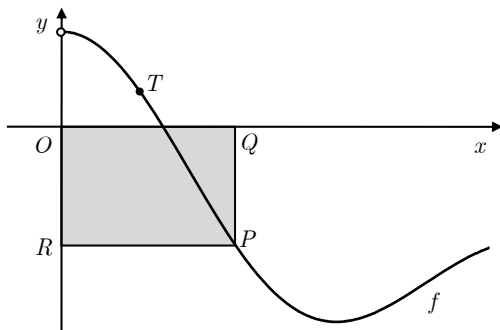
O professor:

Classificação:

O professor:

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
Se, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = \frac{\text{sen}(2x)-x}{x}$ 
  - 1.1. Usando processos analíticos, estude a função  $f$  quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.
  - 1.2. Na figura estão representados, num referencial o.n.  $xOy$ :
    - parte do gráfico da função  $f$
    - um retângulo  $[OPQR]$
    - um ponto  $T$  de coordenadas positivas e cuja ordenada é igual ao cubo da sua abcissa



- 1.2.1. Recorra à calculadora para determinar a abcissa do ponto  $T$  (arredondada a centésimas). Explique como procedeu.
- 1.2.2. Considere que o ponto  $P$ , de abcissa positiva, se desloca ao longo do gráfico de  $f$ ; para cada posição do ponto  $P$ , considere o retângulo  $[OPQR]$ , em que o ponto  $Q$  pertence ao eixo das abcissas e o ponto  $R$  pertence ao eixo das ordenadas.  
Seja  $a$  a função, de domínio  $]0, \pi]$ , que faz corresponder, à abcissa  $x$  do ponto  $P$ , a área do retângulo  $[OPQR]$   
Sem usar a calculadora, determine a abcissa do ponto  $P$  que maximiza e a que minimiza a área do retângulo  $[OPQR]$ , sabendo que esses extremos são absolutos.

2. Considere a função  $g$ , de domínio  $[0, 2\pi]$ , definida por  $g(x) = \frac{\text{sen}x + \cos x}{2}$   
Resolva, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, os seguintes itens.

- 2.1. Seja  $r$  a reta tangente ao gráfico da função  $g$  no ponto de abcissa  $\frac{3\pi}{2}$   
Determine a abcissa do ponto de intersecção de  $r$  com o eixo  $Oy$

- 2.2. O gráfico de  $g$  intersesta a reta de equação  $y = \frac{\sqrt{2}}{4}$  em alguns pontos.

Determine as suas abcissas.

**Sugestão:** tenha em atenção as fórmulas trigonométricas da soma de ângulos.

Cotações				
45	20	45	45	45