

Escola Secundária de Francisco Franco (2010/2011)
 Matemática A – 12.º 6

5.º MINI-TESTE (Maio 2011)

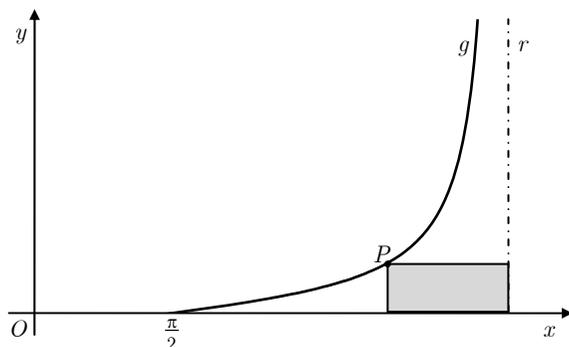
Trigonometria

Nome: _____ Turma: _____ N.º: _____

Data: _____ Duração: 45 minutos

Avaliação: _____ O professor: _____

1. Seja f a função, de domínio $\left[\frac{\pi}{2}, a\right]$, definida por $g(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$, $a \in \mathbb{R}$
 Na figura estão representados o gráfico de g e a recta r , assíntota do seu gráfico e cuja equação é $x = a$



Considere que um ponto P se desloca ao longo do gráfico de g
 Para cada posição do ponto P , considere o rectângulo em que um dos lados está contido no eixo Ox , outro na assíntota e os outros dois nas rectas vertical e horizontal que passam pelo ponto P

- 1.1. Justifique que $a = \frac{3\pi}{2}$
 1.2. Mostre que $g\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$
 1.3. Seja A a função que dá a área do rectângulo da figura. Escreva uma expressão para A , calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} A(x)$ e interprete geometricamente o valor obtido.

2. Considere a função definida por $h(x) = \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)}$

Prove que $h'(x) = -3[1 + h^2(x)]$

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \sqrt{2}x + \sin(2x)$
 Usando exclusivamente métodos analíticos, resolva os três itens seguintes.

3.1. Usando a **definição de derivada**, calcule $f'(0)$

3.2. Estude a função f quanto à monotonia em $[0, \pi]$

3.3. Considere agora a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{x} & \text{se } x \geq \pi \\ f(x) & \text{se } x < \pi \end{cases}$$

Determine, se existirem, as equações das assíntotas do gráfico de g , paralelas aos eixos coordenados.

Cotações						
15	25	25	30	35	40	30