

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 3

2.º Período - 24/02/06

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. De um saco com duas bolas azuis e duas verdes, extraem-se três, uma após outra (**sem reposição**).

Seja X a variável «*número de bolas verdes saídas*».

Qual é a distribuição de probabilidades de variável X ?

(A)

x_i	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(B)

x_i	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

2. Na figura está desenhada parte da representação gráfica da função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

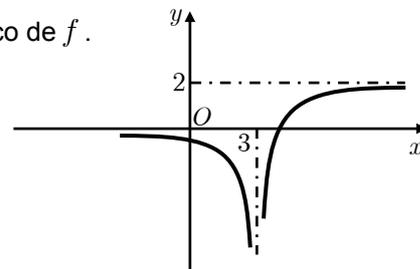
As rectas de equações $x = 3$, $y = 0$ e $y = 2$ são assintotas do gráfico de f .

Considere a sucessão definida por $u_n = 100n^2 - n^3$.

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) 0

(B) 2

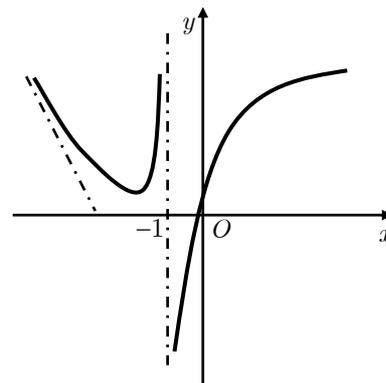
(C) $-\infty$ (D) $+\infty$ 

3. De duas funções f e g , sabe-se que há uma recta que é, simultaneamente, a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1 e a recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 2.

Qual é a afirmação **necessariamente** verdadeira?

(A) $f(1) + g(2) = 0$ (B) $f(1) - g(2) = 0$ (C) $f'(1) + g'(2) = 0$ (D) $f'(1) - g'(2) = 0$

4. Na figura ao lado está parte do gráfico da função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, e com as suas únicas assíntotas: $x = -1$ e $y = -2x - 6$.
Das seguintes, qual é a proposição **falsa**?

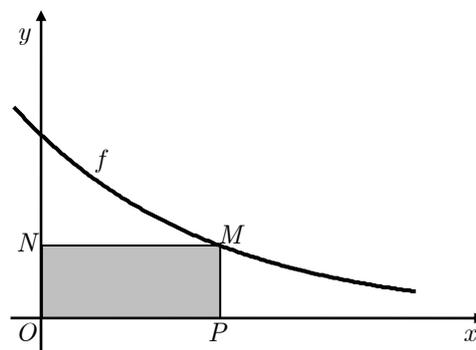


- (A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = -2$ (B) $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = -\infty$
(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x} = -2$ (D) $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = +\infty$

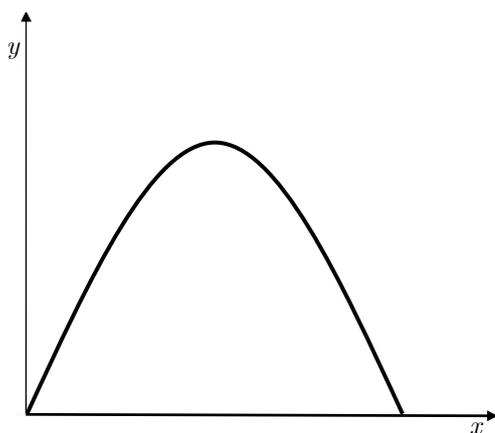
5. Na figura ao lado está desenhada parte da representação gráfica da função definida por $f(x) = a^{-x}$, $a > 1$.

Seja M um ponto do gráfico de f , de abcissa **não negativa**, e seja g a área do rectângulo $[MNOP]$.

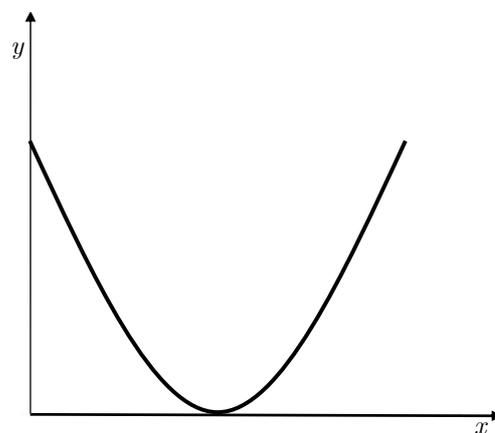
Qual dos seguintes pode ser, em função de x , o gráfico da função g ?



(A)



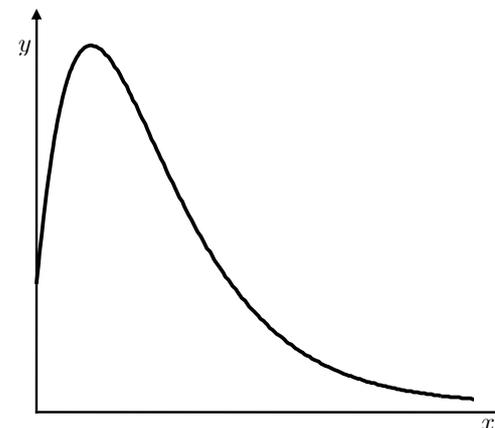
(B)



(C)



(D)



3. Considere a função de domínio \mathbb{R} definida por
$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+2}}{x} & \text{se } x < 0 \\ 5 & \text{se } x = 0 \\ \frac{5x-x^3}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Sem recorrer à calculadora (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), resolva as alíneas seguintes.

- 3.1. Mostre que a função h é contínua à direita de 0 e descontínua à esquerda de 0 .
- 3.2. Justifique que a recta de equação $x = 0$ é uma assíntota do gráfico de h e estude a existência de assíntotas não verticais do seu gráfico.
- 3.3. Mostre que, no intervalo $]0, 2[$, existe pelo menos um objecto cuja imagem, por meio de h , é 4 .

4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}_0^+ , definida por $f(x) = \sqrt{x}$.

Seja g a função, também de domínio \mathbb{R}_0^+ , definida por $g(x) = f(x+a) - f(x)$, $a \in \mathbb{R}$.

Prove que o eixo Ox é uma assíntota do gráfico de g .

FIM

Formulário

Limites notáveis $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$
---	--

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0		
Grupo II (146 pontos)	1.....22	2.....52	3.....56	4.....16
	1.1.....10	2.1.....14	3.1.....19	
	1.2.....12	2.2.....19	3.2.....19	
		2.3.....19	3.3.....18	