Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2008/2009)

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 3

www.ebsaas.com | 2.º Período | 27/02/09 | Duração: 90 minutos

Nome: ______________________ N.º: ____ Classificação: ☐☐ , ☐

O professor:

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

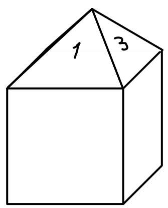
1. Considere uma distribuição normal $N(6; 0,5)$ e seja $P(6 < X < 6,2) = k$.
Qual das proposições seguintes é, de certeza, **falsa**?

(A) $k = 0{,}1$ **(B)** $k = 0{,}2$ **(C)** $k = 0{,}3$ **(D)** $k = 0{,}4$

2. “(…) *uma amplitude humana que enegrecia todo o pátio quadrangular e coberto de relva e os caminhos e as ruas que a ele conduziam.*”

O HOMEM, Irving Wallace

Na figura está representado um poliedro com nove faces que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.
Pretende-se numerar as nove faces do poliedro, com os números de 1 a 9 (um número diferente em cada face). Como se vê na figura, duas das faces do poliedro já estão numeradas, com os números 1 e 3.
Qual é a probabilidade de numerar as restantes faces de maneira a que, nas faces da pirâmide, fiquem só números ímpares?



(A) $\frac{1}{7}$ **(B)** $\frac{2}{7}$ **(C)** $\frac{3}{7}$ **(D)** $\frac{4}{7}$

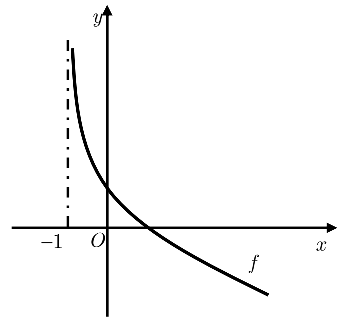
3. É dada a função definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = \ln\left(4^x\right)$.
Qual é o valor de $g\,'(1)$?

(A) $\frac{1}{\ln 4}$ **(B)** 4 **(C)** $4\ln 4$ **(D)** $\ln 4$

4. Considere uma função h, derivável em $\mathbb{R}$ e tal que $h(3) = 2$ e $\lim_{x\to 3}\frac{h(x)-h(3)}{x-3} = 1$. Então, podemos concluir que:

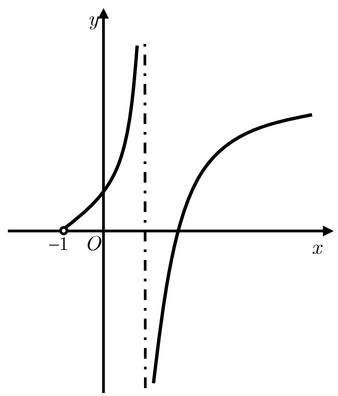
(A) $\lim_{x\to 3} h(x) = 1$ **(B)** $\lim_{x\to 3} h(x) = 2$ **(C)** $h\,'(3) = 2$ **(D)** $h\,'(3) = 0$

5. Na figura está representada, em referencial xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $]-1,+\infty[$, contínua em todo o seu domínio. Tal como a figura sugere, tem-se que:
- A função f tem um zero positivo;
- A recta de equação $x = -1$ é assimptota do gráfico de f.

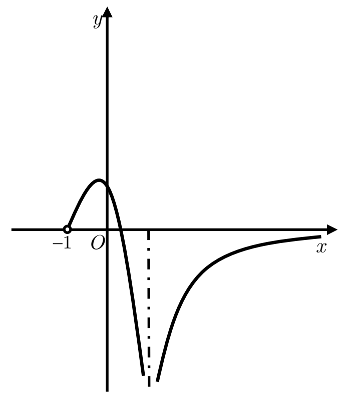


Em qual das opções seguintes poderá estar representada, em referencial xOy, parte do gráfico de $\frac{1}{f}$?

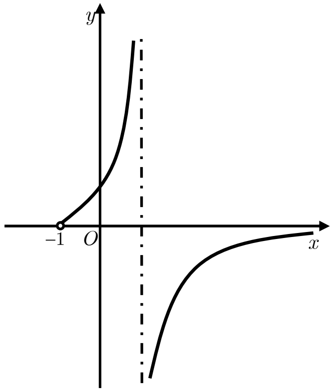
(A)



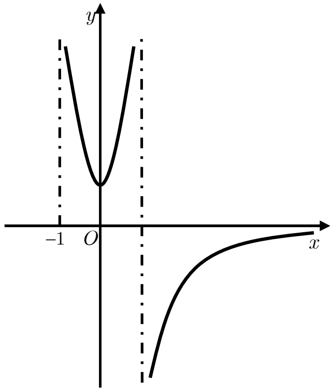
(B)



(C)



(D)



Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Depois de ser detectada, prevê-se que o número de doentes (em milhares de indivíduos) devido a uma epidemia de gripe seja dado, nas próximas seis semanas, pela função definida por

$d(t) = 2 + 4t^2 e^{-t}$, com t em semanas, $t \in [0,6]$

1.1. Usando **processos analíticos** (e a calculadora para cálculos numéricos), determine $d'(5)$, apresentando o resultado arredondado às décimas. Interprete o resultado no contexto do problema.

1.2. Recorra à calculadora para resolver o seguinte problema:

"*Segundo este modelo, poderá o número de doentes ser superior a 3000 durante mais de um mês?*"

Apresente, na sua resposta:

- o(s) gráfico(s) necessário(s) à resolução do problema em $[0,6]$;
- o(s) ponto(s) necessário(s) à resolução do problema bem como a(s) sua(s) abcissa(s), arredondada(s) às centésimas.

Testes de Matemática A do 12.º ano: enunciados e resoluções (2008/2009)

2. Sejam g e h as funções de domínio $]-1,+\infty[\setminus\{0\}$ definidas respectivamente por

$$g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x} \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{2}{x}$$

Resolva, **recorrendo exclusivamente a métodos analíticos**, os três itens seguintes.

2.1. Estude o gráfico da função g quanto à existência de assimptotas paralelas aos eixos coordenados.

2.2. Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico da função h no ponto de abcissa 1.

2.3. Os gráficos de ambas as funções intersectam-se num só ponto. Determine as coordenadas desse ponto.

3. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ 2 - 3x & \text{se } x > 0 \end{cases}$

Mostre, **analiticamente**, que a função f tem pelo menos um zero em $]-1,1[$.

Nota:

A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais.

Percorra os seguintes passos:

- Mostre que f é contínua à esquerda de 0;
- Mostre que f é contínua à direita de 0;
- Justifique que f é contínua em $[-1,1]$;
- Calcule $f(-1)$;
- Calcule $f(1)$;
- Conclua o pretendido.

4. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que a recta de equação $y = 2x$ é assimptota do seu gráfico.

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = f(x) + x$.

Prove que o gráfico de g tem apenas uma assimptota oblíqua e determine a sua equação reduzida.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I **(50 pontos)**	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II **(150 pontos)**	1.....................................42 1.1.........................21 1.2.........................21	2.....................................60 2.1.........................20 2.2.........................20 2.2.........................20	3.....................................26	4.....................................22