

Escola Secundária de Francisco Franco (2011/2012)
www.esffranco.edu.pt

4.º mini-teste de Matemática A – 12.º ano
março de 2012

2.º Período

Duração: 45 min. Primeira derivada

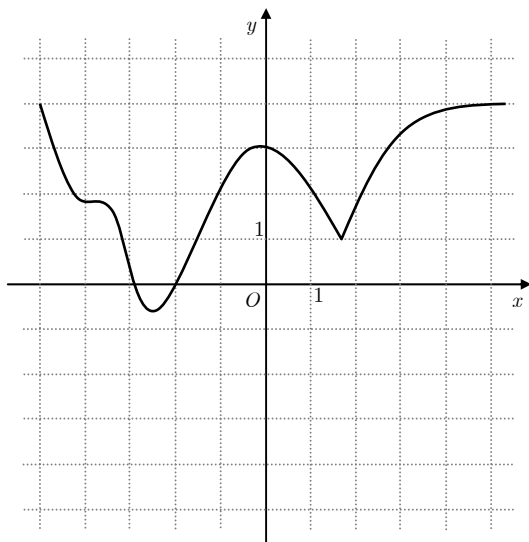
Nome: _____ N.º: _____

Classificação: _____ O professor: _____

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
Se, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 2 & \text{se } x < 0 \\ 2 + \ln(4x + 1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- 1.1. Aplicando a definição de derivada de uma função num ponto, mostre que f é derivável no ponto de abscissa 0
- 1.2. Justifique que é verdadeira a seguinte afirmação:
"A função f é contínua em \mathbb{R} "

2. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função g de domínio \mathbb{R}



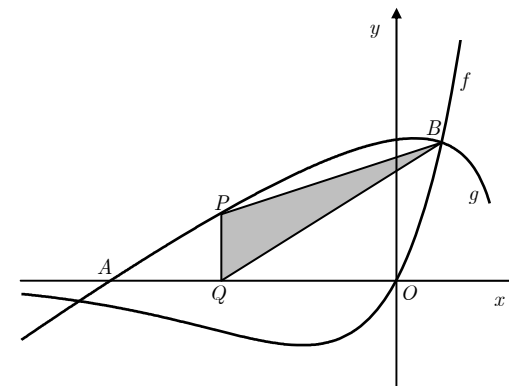
Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para g' , primeira derivada de g

3. Sejam f e g as funções definidas, respetivamente, por

$$f(x) = \frac{6x}{e^{1-x}} \quad \text{e} \quad g(x) = x + \ln(6 - 5x)$$

Resolva, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, os itens 3.1. e 3.2.

- 3.1. Seja t a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 1. Determine a abscissa do ponto de intersecção de t com o eixo Ox
- 3.2. Indique os intervalos de monotonia da função g e estude-a quanto à existência de extremos relativos.
- 3.3. Na figura em baixo, encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte dos gráficos das funções f e g



Além disso, e tal como a figura sugere, está também representado um triângulo $[BPQ]$, em que:

- O é a origem do referencial
- P é um ponto do gráfico de g , de abscissa não positiva, e que se desloca ao longo do gráfico de g , partindo do ponto A até chegar ao eixo Oy
- Q pertence ao eixo Ox , tem a mesma abscissa que P e acompanha o movimento do ponto P , deslocando-se ao longo desse eixo, de tal modo que a reta PQ é sempre paralela ao eixo Oy
- A é o ponto, com abscissa negativa, pertencente ao gráfico de g e ao eixo Ox
- B é o ponto de intersecção entre os gráficos de f e de g e tem abscissa positiva

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abscissa do ponto P para a qual a área do triângulo $[BPQ]$ é máxima (use aproximações às centésimas nos cálculos intermédios).

Na sua resposta, deve:

- escrever a expressão que dá a área do triângulo $[BPQ]$ em função da abscissa do ponto P ;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar a abscissa do ponto P com arredondamento às décimas.

Cotações					
40	20	35	35	35	35