



Escola Secundária de Francisco Franco (2011/2012)

www.esffranco.edu.pt

**4.º mini-teste de Matemática A – 12.º ano**

março de 2012

2.º Período

Primeira derivada

Duração: 45 min.

N.º:

Nome:

O professor:

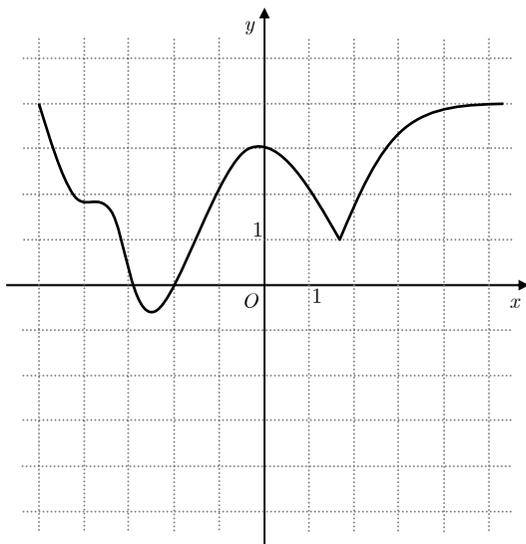
Classificação:

O professor:

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
Se, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 2 & \text{se } x < 0 \\ 2 + \ln(4x + 1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- 1.1. Aplicando a definição de derivada de uma função num ponto, mostre que  $f$  é derivável no ponto de abscissa 0
- 1.2. Justifique que é verdadeira a seguinte afirmação:  
"A função  $f$  é contínua em  $\mathbb{R}$ "

2. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $g$  de domínio  $\mathbb{R}$



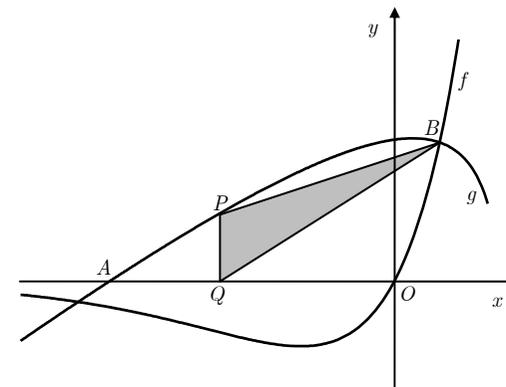
Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para  $g'$ , primeira derivada de  $g$

3. Sejam  $f$  e  $g$  as funções definidas, respetivamente, por

$$f(x) = \frac{6x}{e^{1-x}} \quad \text{e} \quad g(x) = x + \ln(6 - 5x)$$

Resolva, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, os itens 3.1. e 3.2.

- 3.1. Seja  $t$  a reta tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto de abscissa 1. Determine a abscissa do ponto de intersecção de  $t$  com o eixo  $Ox$
- 3.2. Indique os intervalos de monotonia da função  $g$  e estude-a quanto à existência de extremos relativos.
- 3.3. Na figura em baixo, encontra-se, em referencial o.n.  $xOy$ , parte dos gráficos das funções  $f$  e  $g$



Além disso, e tal como a figura sugere, está também representado um triângulo  $[BPQ]$ , em que:

- $O$  é a origem do referencial
- $P$  é um ponto do gráfico de  $g$ , de abscissa não positiva, e que se desloca ao longo do gráfico de  $g$ , partindo do ponto  $A$  até chegar ao eixo  $Oy$
- $Q$  pertence ao eixo  $Ox$ , tem a mesma abscissa que  $P$  e acompanha o movimento do ponto  $P$ , deslocando-se ao longo desse eixo, de tal modo que a reta  $PQ$  é sempre paralela ao eixo  $Oy$
- $A$  é o ponto, com abscissa negativa, pertencente ao gráfico de  $g$  e ao eixo  $Ox$
- $B$  é o ponto de intersecção entre os gráficos de  $f$  e de  $g$  e tem abscissa positiva

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abscissa do ponto  $P$  para a qual a área do triângulo  $[BPQ]$  é máxima (use aproximações às centésimas nos cálculos intermédios).

Na sua resposta, deve:

- escrever a expressão que dá a área do triângulo  $[BPQ]$  em função da abscissa do ponto  $P$ ;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar a abscissa do ponto  $P$  com arredondamento às décimas.

Cotações					
40	20	35	35	35	35