

Escola Secundária de Francisco Franco (2010/2011)
Matemática A – 12.º 7

4.º MINI-TESTE (Março 2011)
Primeira derivada

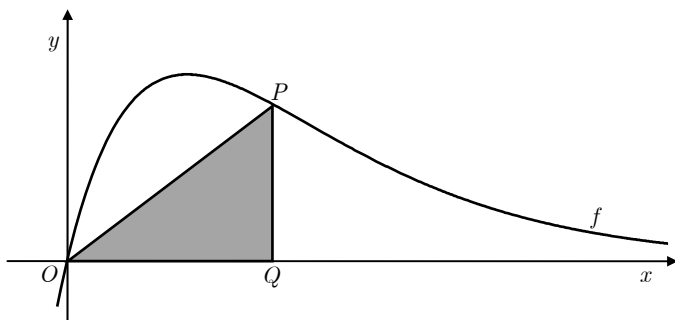
Nome: _____ Turma: _____ N.º: _____

Data: _____ Duração: 45 minutos

Avaliação: _____ O professor: _____

1. Na figura estão representados:

- parte do gráfico da função f de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 4x \cdot e^{-x}$
- um triângulo **rectângulo** $[OPQ]$, em que:
 - O é a origem do referencial
 - P é um ponto do gráfico de f
 - Q pertence ao eixo das abcissas



Considere que o P ponto se desloca no primeiro quadrante (eixos não incluídos), ao longo do gráfico de f . O ponto Q acompanha o movimento do ponto P , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que o triângulo $[OPQ]$ é sempre rectângulo no ponto Q

Seja A a função, de domínio \mathbb{R}^+ , que faz corresponder, à abcissa x do ponto P , a área do triângulo $[OPQ]$

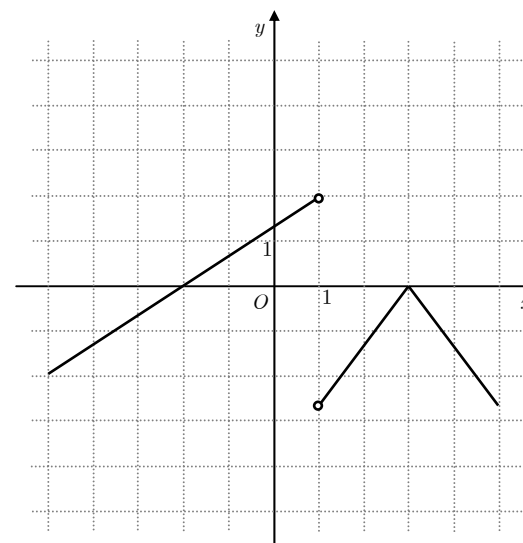
- 1.1. Mostre que, para cada $x \in \mathbb{R}^+$, se tem $A(x) = 2x^2 \cdot e^{-x}$
- 1.2. **Sem usar a calculadora**, estude a função A quanto à monotonia e determine as coordenadas do ponto P quando a área do triângulo $[OPQ]$ for máxima.

2. Sejam g e h as funções, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $]-\frac{4}{5}, +\infty[$, definidas respectivamente por $g(x) = \frac{e^{2x-1}}{x}$ e $h(x) = x - \ln(5x + 4)$

Resolva, **recorrendo exclusivamente a métodos analíticos**, os itens 2.1. e 2.2.

- 2.1. Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa 1
- 2.2. Mostre que a função h tem apenas um extremo e indique os intervalos de monotonia.
- 2.3. Os gráficos de ambas as funções intersectam-se em apenas dois pontos. **Recorrendo à sua calculadora**, determine as abcissas desses pontos. Reproduza na sua folha de prova o(s) gráfico(s) obtido(s) na calculadora e apresente os valores pedidos arredondados às centésimas.

3. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de f' , primeira derivada de uma função f de domínio \mathbb{R}



Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para a função f

Cotações					
25	45	30	40	30	30