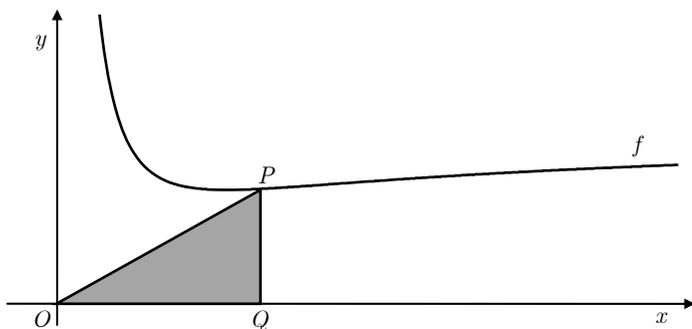


Escola Secundária de Francisco Franco (2010/2011)  
 Matemática A – 12.º 6  
**4.º MINI-TESTE (Março 2011)**  
**Primeira derivada**

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_  
 Data: \_\_\_\_\_ Duração: 45 minutos  
 Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

1. Na figura estão representados:

- parte do gráfico da função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = \frac{4x-4 \ln x}{x}$
- um triângulo **rectângulo**  $[OPQ]$ , em que:
  - $O$  é a origem do referencial
  - $P$  é um ponto do gráfico de  $f$
  - $Q$  pertence ao eixo das abcissas



Considere que o  $P$  ponto se desloca no primeiro quadrante, ao longo do gráfico de  $f$ . O ponto  $Q$  acompanha o movimento do ponto  $P$ , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que o triângulo  $[OPQ]$  é sempre rectângulo no ponto  $Q$

Seja  $A$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , que faz corresponder, à abscissa  $x$  do ponto  $P$ , a área do triângulo  $[OPQ]$

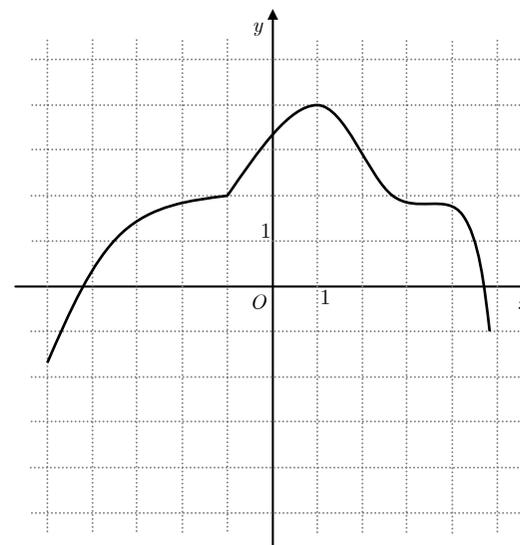
- 1.1. Mostre que, para cada  $x \in \mathbb{R}^+$ , se tem  $A(x) = 2x - 2 \ln x$
- 1.2. **Sem usar a calculadora**, estude a função  $A$  quanto à monotonia e determine as coordenadas do ponto  $P$  quando a área do triângulo  $[OPQ]$  for mínima.

2. Sejam  $g$  e  $h$  as funções, de domínio  $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  e  $\mathbb{R}$ , definidas respectivamente por  $g(x) = \frac{\ln(2x-1)}{x}$  e  $h(x) = 1 - 2x^2 \cdot e^{-x}$

Resolva, **recorrendo exclusivamente a métodos analíticos**, os itens 2.1. e 2.2.

- 2.1. Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico da função  $g$  no ponto de abscissa 1
- 2.2. Mostre que a função  $h$  tem dois extremos e indique as suas abcissas.
- 2.3. Os gráficos de ambas as funções intersectam-se em apenas dois pontos. **Recorrendo à sua calculadora**, determine as abcissas desses pontos. Reproduza na sua folha de prova o(s) gráfico(s) obtido(s) na calculadora e apresente os valores pedidos arredondados às centésimas.

3. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$



Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para  $f'$ , **primeira derivada** de  $f$

Cotações					
25	40	30	45	30	30