

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A**12.º 3****2.º Período – 27/01/06****Duração: 90 minutos**

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. "A seguir a esta frase, o computador inseria combinações de letras extraídas dos fragmentos de cinza. Acabara de acrescentar a letra I a seguir ao R. Outra estava já a formar-se à frente dessa."

A LÁGRIMA DO DIABO, Jeffery Deaver

Com as letras I, R, M, A e O, quantas palavras (com ou sem sentido e sem repetir letras) é possível construir, sabendo que o I e o R ficam juntos?

- (A) 96 (B) 72 (C) 48 (D) 24

2. Numa certa linha do Triângulo de Pascal com um número par de elementos, k é o oitavo número dessa linha, sendo também um dos dois números centrais. Qual é o valor de k ?

- (A) 5005 (B) 6435 (C) 11440 (D) 12870

3. "Quando uma doente consegue sobreviver até aqui, 3 meses é muito tempo (...) porque o vírus [da sida] aumenta em progressão geométrica."
- UMA FAMÍLIA PARA KATHY CAMERON, Henry Denker

O número de vírus (em milhares) numa certa cultura aumenta vinte por cento em cada hora. Seja f a função que representa o número de vírus (em milhares) em função do tempo (em horas). Sabendo que existem 10 mil vírus h horas após a contagem, qual pode ser, das seguintes, a equação que traduz esta situação?

- (A) $h = \log 1,2$ (B) $h = \log_{1,2} 10$ (C) $h = 1,2^{10}$ (D) $h = 10^{1,2}$

4. A função f é dada por $f(x) = \log_x 3$, $x > 1$. Qual é o conjunto-solução da equação $f(x) = \frac{1}{5}$?

- (A) $\{1,25\}$ (B) $\{\sqrt[5]{3}\}$ (C) $\{15\}$ (D) $\{243\}$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Numa caixa estão vários dados, alguns amarelos e outros azuis.

1.1. Sabe-se que:

- 30% dos dados são cúbicos;
- 5 em cada 8 dados são amarelos;
- Metade dos dados cúbicos são amarelos.

Escolhe-se, ao acaso, um dado da caixa. Qual é a probabilidade de ele ser um dado não cúbico azul?

1.2. Considere que na caixa existem vinte dados, seis dos quais cúbicos. Retiram-se, sucessivamente e sem reposição, três dados (aleatoriamente).

Qual é a probabilidade de apenas um ser cúbico?

Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

1.3. Lançam-se agora quatro dados cúbicos, cada um com as faces numeradas de 1 a 6.

O que é mais provável, não sair nenhuma vez a face 3 ou sair apenas uma vez a face 3?

Justifique.

2. “—A humidade no interior é apenas oito por cento, portanto prepare-se para sentir a boca um pouco seca.”

ANJOS E DEMÓNIOS, Dan Brown

Numa certa gruta, a humidade pode ser dada, em percentagem, pela função definida por

$$h(x) = 7,5 \times 4^{0,006x}, \text{ sendo } x \text{ a distância, em metros, desde a entrada da gruta, } x \in [0, 260].$$

2.1. Qual é o valor da humidade no final da gruta?

Apresente o valor em percentagem, arredondado às unidades.

2.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique a quantos metros da entrada da gruta se obtém uma humidade de 35%.

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

2.3. Numa outra gruta, é também possível determinar a humidade no interior (a x metros da sua entrada) através da função definida por $p(x) = 0,1x + 10$, $x \in [0, 160]$.

Recorra à calculadora para resolver **graficamente** a condição $p(x) \geq h(x)$ e **interprete** o resultado no contexto do problema.

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos (arredondadas às centésimas).

3. Considere a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = 2 + \ln(3 - x)$

3.1. Comente a seguinte afirmação:

“A recta de equação $x = 3$ é uma assíntota do gráfico de f porque 3 não pertence ao domínio da função”

3.2. Sem recorrer à calculadora, determine as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico de f com os eixos coordenados.

3.3. Caracterize a função inversa de f .

4. Seja g a função, de domínio $] -1, +\infty[$, definida por $g(x) = \frac{2 \log_2(x+1) - 3}{2}$.

Prove que $g(x) = \log_2\left(\frac{x+1}{\sqrt{8}}\right)$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
--------------------------------	--------------------------	---

Grupo II (146 pontos)	1.....33	2.....50	3.....48	4.....15
	1.1.....11	2.1.....14	3.1.....15	
	1.2.....11	2.2.....18	3.2.....15	
	1.3.....11	2.3.....18	3.3.....18	