

# 3.º TESTE DE MATEMÁTICA A

## 12.º 1

2.º Período – 26/01/06

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:

		,	
--	--	---	--

O professor: \_\_\_\_\_

### Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

- 1.** O novo presidente português foi escolhido no último domingo. Considerando todos os eleitores (pessoas com direito a voto), houve aproximadamente 31% que votaram em Cavaco Silva.  
Ao escolher, ao acaso, dois quaisquer eleitores, qual foi a probabilidade (aproximada) de apenas um ter votado em Cavaco Silva?

(A) 62%

(B) 42,8%

(C) 31%

(D) 21,4%

- 2.** Numa certa linha do Triângulo de Pascal, a soma dos dois primeiros números é igual a 14.  
Qual é o maior número da **linha anterior**?

(A) 1716

(B) 1287

(C) 924

(D) 792

- 3.** “(...) o senhor te pagará sete vezes pela verdade que tiveres dito ou sete vezes sete cobrará de ti pela mentira com que nos tenhas enganado.”  
O EVANGELHO SEGUNDO JESUS CRISTO, José Saramago

A função  $f$  é dada por  $f(x) = 7^x$ . Qual é o valor de  $a$  para o qual a equação  $f(a) = \sqrt{8}$  é verdadeira?

(A)  $\frac{\log_7 8}{2}$

(B)  $\sqrt{\log_7 8}$

(C)  $\sqrt{56}$

(D)  $\ln 56$

4. Na figura ao lado está representado parte do gráfico da função  $g$ .

Considere a função definida por  $h(x) = \ln[g(x)]$ .

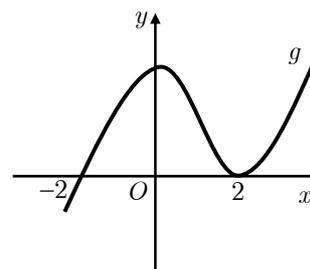
Qual pode ser o domínio de  $h$ ?

(A)  $\mathbb{R}^+$

(B)  $]-2, 2[$

(C)  $\mathbb{R} \setminus ]-\infty, -2]$

(D)  $]-2, 2[ \cup ]2, +\infty[$

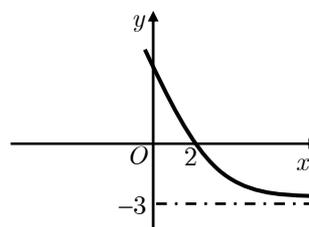
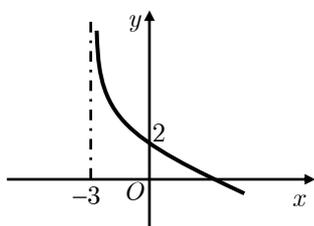


5. Uma função injectiva  $f$  é tal que o seu gráfico contém o ponto  $A(2,0)$  e admite a assíntota horizontal de equação  $y = -3$ .

Qual dos seguintes pode ser o gráfico de  $f^{-1}$ , função **inversa** de  $f$ ?

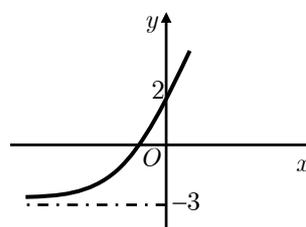
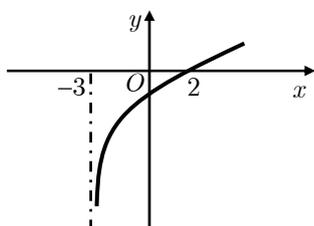
(A)

(B)



(C)

(D)



6. Com vista a comercializar a sua carne, foram criadas avestruzes em cativeiro. O negócio começou em 1990 com cem aves, tendo este número aumentado continuamente. No entanto, por diversas razões, não é possível o cativeiro suportar mais do que trezentas avestruzes.

Nestas condições, qual das expressões seguintes pode definir a função  $A$  que dá o número aproximado de avestruzes existentes no cativeiro,  $t$  anos após o início de 1990?

(A)  $\frac{21t^2+100}{e^{0,2t}}$

(B)  $\frac{350}{1+2,5e^{-0,7t}}$

(C)  $\frac{300}{1+2e^{-0,7t}}$

(D)  $\frac{300}{1+29e^{-0,7t}}$

## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. “Foram ao Rory’s, na Fillmore Street, e compraram dois cones [de gelado].”

O OLHAR DE UMA CRIANÇA, Richard North Patterson

1.1. Sobre as vendas de gelados numa certa geladaria, constatou-se o seguinte:

- 70% dos gelados vendidos são em cone, sendo os restantes em taça;
- 2 em cada 3 de todos os gelados são de chocolate;
- De entre todos os gelados vendidos de cone, 80% são de chocolate.

O Leocrécio comprou um gelado. Como ele detesta chocolate, qual foi a probabilidade de ele ter comprado uma taça sem chocolate?

1.2. Num certo momento, um grupo de turistas pediu oito gelados, dos quais três de chocolate. A empregada pô-los todos no balcão, em fila, numa ordem qualquer.

Qual é a probabilidade de os gelados de chocolate estarem todos juntos, no início ou no fim da fila? Apresente o resultado na forma de percentagem com uma casa decimal.

1.3. No balcão da geladaria existe um recipiente com dez compartimentos para colocar gelado. Em cada compartimento só é colocado um sabor.

Num certo dia, a geladaria tem os seguintes sabores disponíveis: cinco de fruta (morango, ananás, maracujá, manga e quivi) e dois de chocolate.

Considere o seguinte problema:

“De quantas maneiras diferentes se podem colocar os sete gelados nos dez compartimentos?”

Duas respostas **correctas** a este problema são  ${}^{10}C_7 \times {}^7A_5$  e  ${}^{10}C_2 \times {}^8A_5$ .

Numa pequena composição (à volta de dez linhas), explique ambas as respostas.

2. Considere a função definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = 3 - e^{x-4}$

2.1. **Sem recorrer à calculadora**, determine as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.

2.2. Caracterize a função inversa de  $f$ .

3. Seja  $g$  a função definida em  $\mathbb{R}$  por  $g(x) = x \ln(ax^2 + 1)$ ,  $a > 0$ .

Prove que o gráfico de  $g$  intersecta a bissetriz dos quadrantes **pares** num só ponto.

4. “A nossa razão de subida no limite de entrar em perda é de cento e trinta pés por minuto, às vezes menos. Estamos agora a três mil e setecentos pés. A nossa velocidade é de cento e quarenta nós.”

PÂNICO NO VÔO 19, Robert P. Davis

Admita que a altitude de um avião, em pés, é dada pela função definida por

$$a(v) = 230(\log_4 80 - \log_4 5) + 920 \log_4 v, \text{ sendo } v \text{ a velocidade do avião em nós, } 140 \leq v \leq 600.$$

- 4.1. Mostre que  $a(v) = 460(1 + 2 \log_4 v)$ .
- 4.2. A que altitude voava o avião quando ia a uma velocidade de 926 km/h ?  
Apresente o resultado em pés, arredondado às unidades.  
**Nota:** 1 nó = 1852 metros por hora
- 4.3. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique qual era a velocidade do avião quando a sua altitude era de 4000 pés.  
Apresente o resultado em nós arredondado às unidades.  
**Nota:** sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.
- 4.4. Recorra à calculadora para determinar **graficamente** a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema:  
*De quanto foi o aumento da velocidade do avião entre os 4200 e os 4500 pés?*  
Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos (arredondadas às décimas).  
Apresente a resposta em nós, arredondado às décimas.

FIM

## COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	--------------------------	---

<b>Grupo II</b> (146 pontos)	1.....33	2.....33	3.....15	4.....65
	1.1.....11	2.1.....15		4.1.....15
	1.2.....11	2.2.....18		4.2.....14
	1.3.....11			4.3.....18
				4.4.....18