

3.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 2

Duração: 90 minutos
2.º Período – 09/02/04

Classificação: ,

Nome: _____ **N.º:** _____

O professor: _____

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. O planeta Marte é um destino perigoso. Antes de 2004, apenas doze sondas, lançadas por vários países, chegaram até Marte. E em nove tentativas de aterragem, só três o conseguiram fazer. Se, nas mesmas condições, uma sonda chegasse agora a Marte e tentasse aterrar, qual seria a probabilidade de ela **não conseguir** ter sucesso?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{12}$

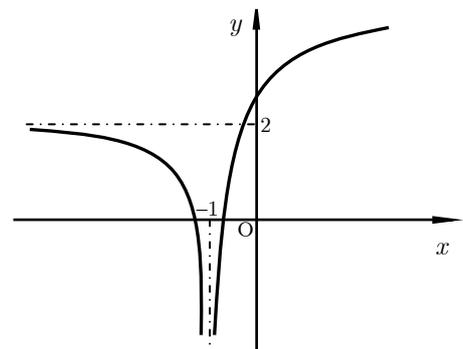
2. Um comerciante pretende expor trinta garrafas em fila numa vitrina e sabe que duas estão premiadas. Sabendo que a colocação das garrafas na vitrina é feita ao acaso, qual é a probabilidade de as garrafas premiadas ficarem ao centro?

(A) $\frac{2!}{30!}$ (B) $\frac{1}{30}$ (C) $\frac{1}{{}^{30}A_2}$ (D) $\frac{1}{{}^{30}C_2}$

3. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função f , cujo domínio é $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. As rectas de equações $x = -1$ e $y = 2$ são assíntotas do gráfico de f .

Dada a sucessão definida por $a_n = \frac{3+8n-n^2}{5n+2}$, qual é o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n)$?

(A) -1 (B) 2
 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$



4. A recta de equação $y = -3$ é assíntota do gráfico de uma função h , de domínio \mathbb{R}^+ . Qual é o valor de

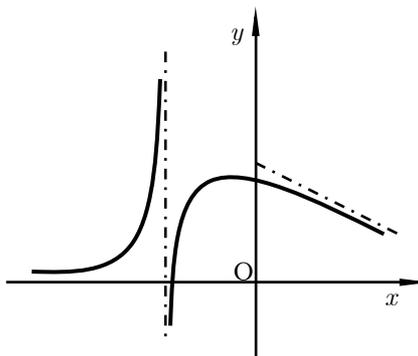
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{1}{x}}{h(x)} ?$$

(A) $+\infty$ (B) $-\infty$ (C) -3 (D) 0

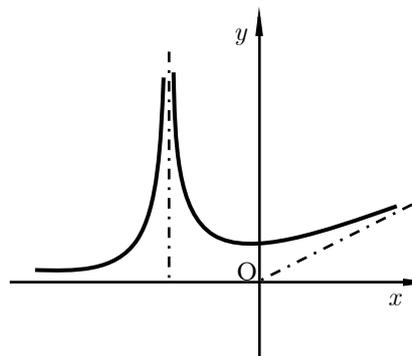
5. De uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, sabe-se que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = -\frac{1}{2}$ e $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = +\infty$

Indique qual dos gráficos seguintes poderá ser o de g .

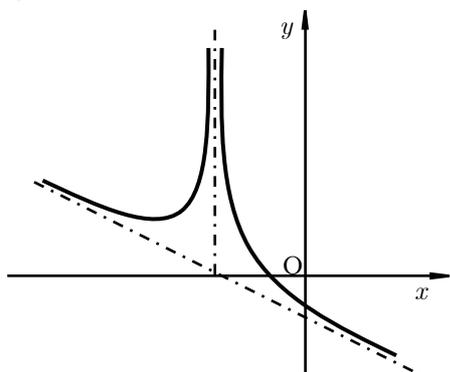
(A)



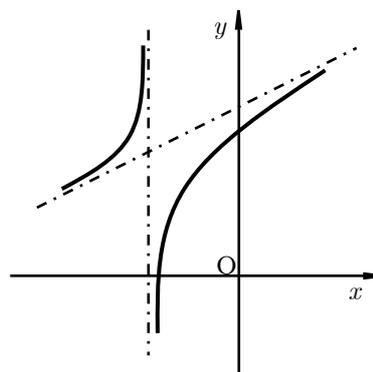
(B)



(C)



(D)



6. Em relação a uma certa função real t de domínio \mathbb{R} , sabe-se que $t'(5) = -1$. Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) $\lim_{x \rightarrow 5} t(x) = t(5)$

(B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{t(5+h) - t(5)}{h} = t(5)$

(C) $y = -1$ é uma recta tangente ao gráfico de t no ponto de abcissa 5

(D) A bissetriz dos quadrantes pares é uma recta tangente ao gráfico de t no ponto de abcissa 5

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. O “Número Azul” é um número de telefone com nove algarismos em que os primeiros três são 808. Por exemplo, o número 808 950 950 é da forma 808 ABC ABC, sendo A um algarismo de 1 a 9 e B e C algarismos de 0 a 9.

1.1. Justifique que existem 900 números de telefone nessas condições.

1.2. Uma empresa pretende dispor para os seus clientes um número verde como o anterior e sabe que há alguns disponíveis. Ao escolher um destes números aleatoriamente, qual é a probabilidade de o número da forma 808 80C 80C ficar nesta empresa?

2. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$, definida por $f(x) = \frac{5x^3 - 5x^2 + 15x - 15}{x^2 - 1}$.

Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as alíneas seguintes.

2.1. Estude f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

2.2. Prove que é contínua, em $x = 1$, a função definida por $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x < 1 \\ (4-x)^2 + 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

2.3. Utilizando o teorema de Bolzano, prove que $\exists c \in]0,4[: g(c) = 6$.

2.4. Usando a **definição** de derivada de uma função num ponto, determine $g'(3)$.

3. Admita que a expressão $C(x) = e^{0,05x} + 100 - x$ representa os custos totais, em milhares de euros, de uma obra que irá ser feita em função do número aproximado de trabalhadores x .

3.1. Quais são os custos totais desta obra se houver meia centena de trabalhadores? Apresente o resultado em milhares de euros, arredondado às milésimas.

3.2. Se os custos totais forem inferiores a € 65.000, haverá um prémio para a administração da empresa. Será isso possível com este modelo? Se sim, com quantos trabalhadores?
Com a ajuda da calculadora gráfica, investigue esta situação numa composição com aproximadamente dez linhas. Apresente, nessa composição, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenada(s) de ponto(s) (coordenadas arredondadas às décimas).

4. Seja F uma função real tal que $F(x) = \log_4 \left(\frac{x+1}{\sqrt{5x+3}} \right)$.

Usando a **Definição de Heine**, prove que $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = -\frac{\log_4 5}{2}$

Sugestão: tenha em conta a propriedade $a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 6

Cada resposta certa: + 1	Cada resposta errada: - 0,2	Cada questão não respondida ou anulada: 0
--------------------------	-----------------------------	---

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II 14

1.....3	2.....6,5	3.....3	4.....1,5
1.1.....1,3	2.1.....1,9	3.1.....1,3	
1.2.....1,7	2.2.....1,5	3.2.....1,7	
	2.3.....1,5		
	2.4.....1,6		

O professor: RobertOliveira Net: sm.page.vu ou roliveira.pt.to