

3.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 7

Duração: 90 minutos

2.º Período – 31/01/02

Nome:

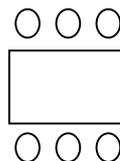
N.º:

Classificação:

**Grupo I**

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa rectangular com três lugares de cada lado, como esquematizado na figura ao lado. Qual a probabilidade de dois desses amigos, a Jolástica e o Enélio, ficarem sentados em frente um do outro?

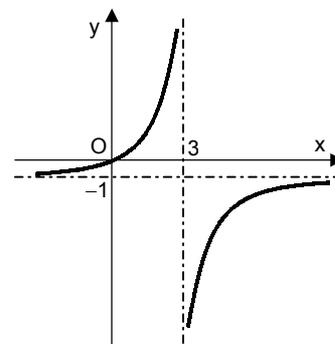


- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B)  $\frac{1}{5}$                       (C)  $\frac{1}{6}$                       (D)  $\frac{2}{3}$

2. Suponha que se podem marcar 13 duplas (duas cruzeiras em cada jogo) no Totobola. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de acertar no primeiro prémio?

- (A) 0,5%                      (B) 37%                      (C) 1,8%                      (D) 0,1%

3. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função  $f$ , cujo domínio é  $\mathbf{R} \setminus \{3\}$ . As rectas de equações  $x = 3$  e  $y = -1$  são assintotas do gráfico de  $f$ . Seja  $(x_n)$  a sucessão tal que  $x_n = 3 + n^2$ . Indique o valor de  $\lim f(x_n)$ .



- (A) -1                              (B)  $+\infty$   
 (C)  $-\infty$                           (D) 3

4. É dada, em  $\mathbf{R}$ , a função definida por  $g(x) = \log_3(x + 8)$ . Então, a função  $g$  intersecta o eixo  $Oy$  no ponto cuja ordenada é aproximadamente igual a:

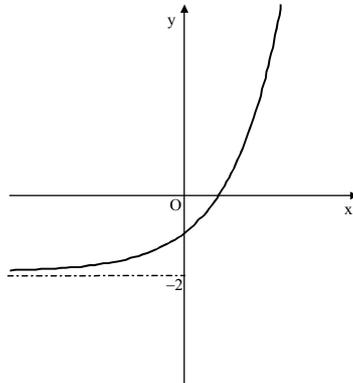
(A) 2,1

(B) 0,5

(C) 1,9

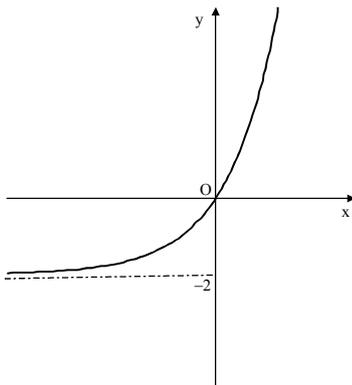
(D) 1,1

5. Na figura está parte da representação gráfica de uma certa função  $h$ , de domínio  $\mathbf{R}$ .

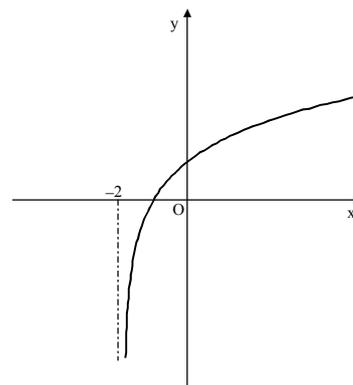


Em qual das figuras seguintes está parte da representação gráfica da função  $h^{-1}$ , função inversa de  $h$ ?

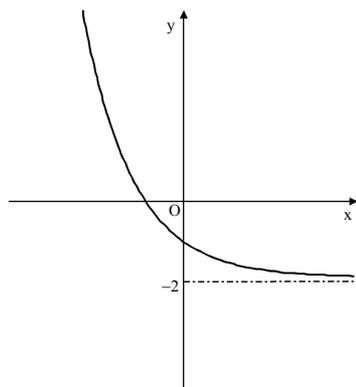
(A)



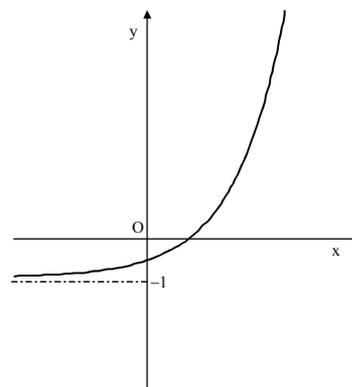
(B)



(C)



(D)



## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Uma escola tem noventa alunos do 12º ano (cinquenta e cinco raparigas e trinta e cinco rapazes). Nessa escola, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem de finalistas. A comissão será formada por quatro pessoas: um presidente, um vice-presidente, um tesoureiro e um responsável pelas relações públicas.

1.1. Quantas comissões distintas poderão ser formadas se houver, **pelo menos**, um rapaz nela?

1.2. O Heizinberto tem um passado na comissão de modo que a probabilidade de ele ser integrado nela é igual a 0,78. Se ele for escolhido, a probabilidade de a sua namorada, a Lariana, ser também escolhida para a comissão é igual a 0,95. Se o Heizinberto não ficar na comissão, a probabilidade de a Lariana ser eleita é igual a 0,35. Qual é, então, a probabilidade de a Lariana integrar a dita comissão?

1.3. Qual é a probabilidade de o Heizinberto, a Lariana e mais dois amigos próximos integrarem a comissão? Indique-a na forma de dízima com oito casas decimais.

2. Foi administrado um medicamento a um doente às 9 horas da manhã de um certo dia. A concentração desse medicamento, em miligrama por mililitro de sangue,  $t$  horas após ter sido administrado, é dada por

$$C(t) = 2t e^{-0,3t}.$$

2.1. Qual era a concentração do medicamento às 14 horas? Indique-a a menos de 0,01.

2.2. Durante quanto tempo foi a concentração superior a 1 mg por ml? Apresente o resultado em horas e minutos.

3. Considere a função, de domínio  $\mathbf{R} \setminus \{-6\}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{6-5x-x^2}{x+6} & \text{se } x < 1 \\ \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as alíneas seguintes.

3.1. A recta de equação  $x = -6$  é uma assíntota do gráfico de  $f$ ? Justifique.

3.2. Prove que a recta de equação  $y = 1 - x$  é uma assíntota do gráfico de  $f$  quando  $x \rightarrow +\infty$ .

3.3. Estude a continuidade de  $f$  no ponto de abcissa  $x = 1$ .

**Nota:** Deve indicar, justificando, se a função  $f$  é contínua nesse ponto e, no caso de não ser, se se verifica a continuidade à esquerda, ou à direita, nesse mesmo ponto.

3.4. Prove que a equação  $f(x) = 2$  tem, pelo menos, uma solução no intervalo  $]1, 10[$ .

4. Esboce o gráfico de uma função  $T$ , de domínio  $\mathbf{R}$ , que satisfaça as seguintes condições:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} T(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} T(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} T(x) \text{ mas } T \text{ não é contínua em } x = 3$$

5. De uma função  $g$ , de domínio  $\mathbf{R}^+$ , sabe-se que a bissetriz dos quadrantes pares é uma assíntota do seu gráfico. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbf{R}^+$ , definida por  $h(x) = \frac{x+1}{g(x)}$ . Prove que a recta de equação  $y = -1$  é uma assíntota do gráfico de  $h$ .

FIM

## COTAÇÕES

**Grupo I** ..... **4,5**

Cada resposta certa .....	+ 0,9
Cada resposta errada .....	- 0,3
Cada questão não respondida ou anulada .....	0

**Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) pontos.

**Grupo II** ..... **15,5**

<b>1.</b> .....	<b>4,4</b>
<b>1.1.</b> .....	1,2
<b>1.2.</b> .....	1,6
<b>1.3.</b> .....	1,6
<b>2.</b> .....	<b>3,0</b>
<b>2.1.</b> .....	1,3
<b>2.2.</b> .....	1,7
<b>3.</b> .....	<b>5,1</b>
<b>3.1.</b> .....	1,5
<b>3.2.</b> .....	1,1
<b>3.3.</b> .....	1,4
<b>3.4.</b> .....	1,1
<b>4.</b> .....	<b>1,5</b>
<b>5.</b> .....	<b>1,5</b>

O professor: RobertOliveira  
[roliveira.page.vu](http://roliveira.page.vu)  
[go.to/roliveira](https://go.to/roliveira)