



www.esaas.com

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

2.º Período

25/01/07

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

--	--	--	--

O professor: _____

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos **independentes** tais que:

- $P(A) < P(B)$;
- $P(A) + P(B) = 1$;
- $P(A \cap B) = \frac{7}{64}$.

Qual é o valor de $P(A)$?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$

2. “- Estou a ver o que quer dizer. Jay vem dos pinhais do Sul, e lá eles chegam a ter cinquenta e cinco por cento de fogos postos.”

FOGO, Richard Martin Stern

De entre os vários fogos no verão numa certa área florestal, chegou-se à conclusão que 55% eram fogos postos. Ao escolher seis desses fogos, qual é a probabilidade (em percentagem e arredondada às décimas) de não haver mais de dois fogos postos?

- (A) 21,9% (B) 23,7% (C) 25,5% (D) 27,3%

3. Desde 1990, uma empresa aumenta o ordenado dos seus funcionários 3% ao ano. Assim, o ordenado no presente ano de qualquer funcionário já aumentou, desde 1990, cerca de:

- (A) 23% (B) 37% (C) 51% (D) 65%

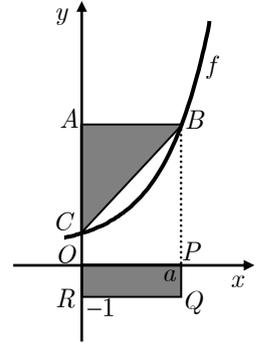
4. Indique o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $\log_5(5 - x) \leq x + 1$

- (A) $]-\infty, 0]$ (B) $[0, +\infty[$ (C) $[-5, 0[$ (D) $[0, 5[$

5. “Na RV, o número de atacantes lançados ao assalto tinha duplicado nos últimos minutos. A partir daquele momento, ia crescer exponencialmente.”
FORTALEZA DIGITAL, Dan Brown

Na figura junta, está representada, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , definida, em \mathbb{R}^+ , por $f(x) = 2^x$. Na mesma figura, estão também representados um triângulo rectângulo $[ABC]$ e um rectângulo $[OPQR]$.

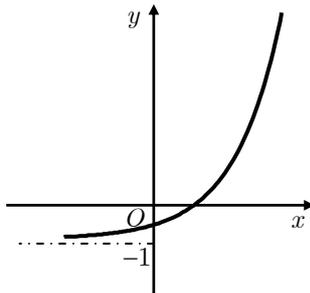
- Os pontos A e R pertencem ao eixo Oy . O ponto R tem ordenada -1 ;
- O ponto C é o da intersecção do gráfico de f com eixo Oy ;
- O ponto B pertence ao gráfico de f ;
- A abcissa dos pontos B, P e Q é um número positivo a .



Qual é o valor de a para que a área do triângulo $[ABC]$ seja igual à área do rectângulo $[OPQR]$?

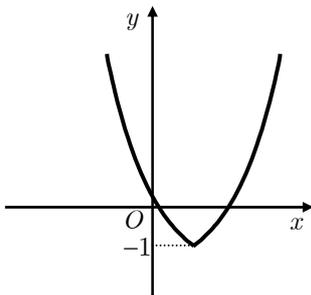
- (A) $\log_2 5$ (B) $\log_2 3$ (C) $2^{\ln 5}$ (D) $2^{\ln 3}$

6. Na figura a seguir está parte da representação gráfica de uma função f .

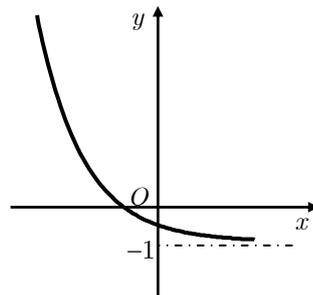


Em qual das figuras abaixo está a representação gráfica da função definida por $g(x) = |f(x)| - 1$?

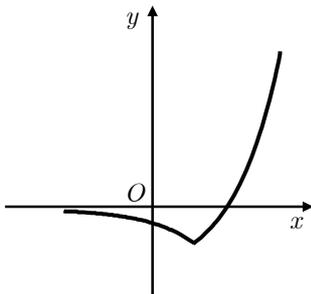
(A)



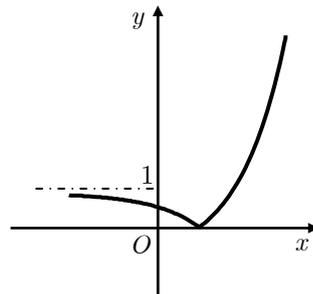
(B)



(C)



(D)



Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. “Megan iria todos os dias a dois terços das casas onde havia casos de tosse convulsa, enquanto Timothy visitaria duas vezes por dia o outro terço.”
VENTO DE NEVE, Hugh Miller

Numa certa aldeia, concluiu-se que um em cada três habitantes tem tosse convulsa.

- 1.1. Admita que a variável “idade das pessoas infectadas com tosse convulsa”, na aldeia, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 6 anos e desvio padrão 1 ano. Escolhido, ao acaso, um habitante da aldeia, qual é a probabilidade de ter menos de 7 anos e ser um infectado com tosse convulsa? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.
- 1.2. Duas crianças da aldeia brincam. Seja X o **número de infectados com tosse convulsa**, de entre as duas crianças. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X . Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

2. Como consequência da deslocação do ferro em estado líquido no núcleo externo da Terra, o Norte magnético desvia-se do Norte geográfico (ponto em torno do qual gira o planeta). Admita que a distância, em **milhares de quilómetros**, do Norte magnético ao Norte geográfico é dada pela função definida por

$$d(t) = 1,7 + (0,18t - 28,08)e^{0,045t-7,02}$$

sendo t o tempo, em anos, decorrido desde 1900.

- 2.1. Em 1831, James Clark Ross descobriu o Norte magnético. Qual era a distância entre este e o Norte geográfico? Apresente o valor em quilómetros, arredondado às unidades.
- 2.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique em que ano o Norte magnético estará a 1700 km do Norte geográfico.
- 2.3. Quando a distância entre o Norte magnético e o Norte geográfico for inferior a 400 km, cientistas irão proceder a diversos estudos. Segundo este modelo, durante quantos anos irá isso acontecer? Use a calculadora para responder a esta questão, apresentando todos os elementos recolhidos na sua utilização, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos (arredondadas às décimas). Apresente o resultado em anos, arredondado às unidades.

3. Seja g a função definida por $g(x) = e^x - 2e^{-x}$.

Prove que g intersecta a recta de equação $y = 1$ num só ponto e determine as suas coordenadas.

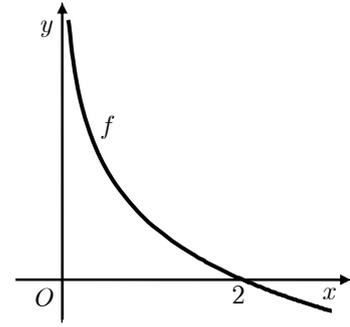
4. Em baixo está parte do gráfico da função definida em \mathbb{R}^+ por $f(x) = 1 - \log_3\left(\frac{x}{k}\right)$.

Tal como a figura sugere, 2 é um zero de f .

4.1. Verifique que $k = \frac{2}{3}$

4.2. Mostre que $f(x) = \log_3\left(\frac{2}{x}\right)$

4.3. Caracterize a função inversa de f .



FIM

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	--------------------------	---

Grupo II (146 pontos)	1.....33	2.....48	3.....16	4.....49
	1.1.....15	2.1.....14		4.1.....15
	1.2.....18	2.2.....16		4.2.....17
		2.3.....18		4.3.....17