2.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 5

Duração: 90 minutos **Classificação:** ☐☐ , ☐
1.º Período – 06/12/04

Nome:____ **N.º:**______ **O professor:**

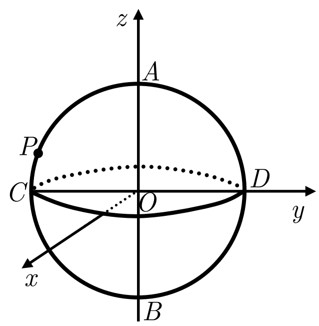
Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

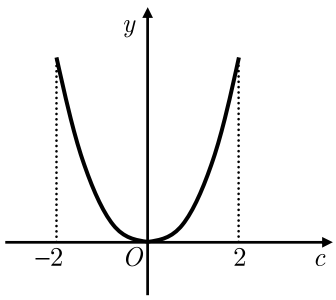
1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

$[AB]$ e $[CD]$ são diâmetros da superfície esférica; um ponto P desloca-se ao longo do arco $[BCA]$.

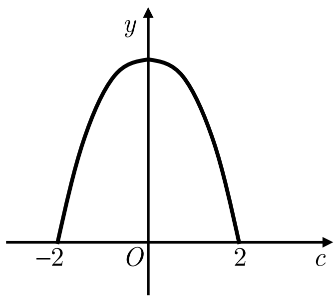
Para cada posição do ponto P, seja c a sua cota e seja $f(c)$ a área do triângulo $[APB]$. Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função f ?



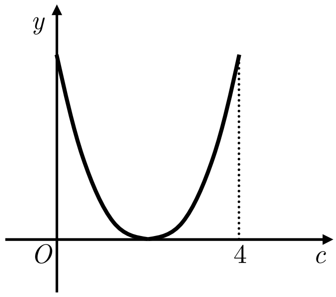
(A)



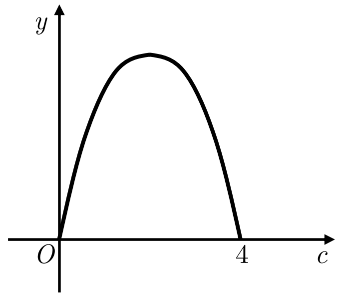
(B)



(C)



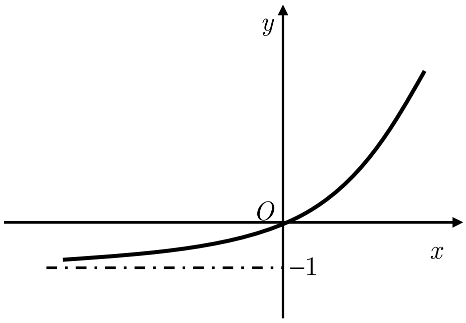
(D)



2. Com vista a proteger uma espécie de lobos, foram introduzidos cinco casais destes animais numa zona protegida. Para satisfação dos responsáveis, registou-se um aumento anual de lobos de 5% durante alguns anos. Qual das expressões seguintes pode dar o número de lobos nessa zona após t anos?

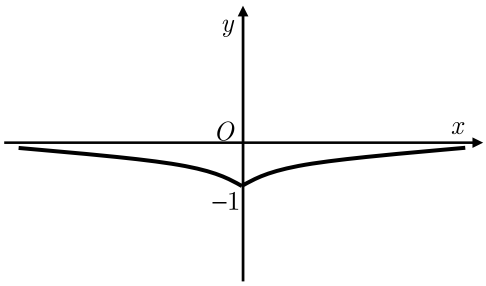
(A) $10 \times 1{,}05^t$ **(B)** $1{,}05^t$ **(C)** 10×5^t **(D)** $10 \times 1{,}5^t$

3. Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função g.

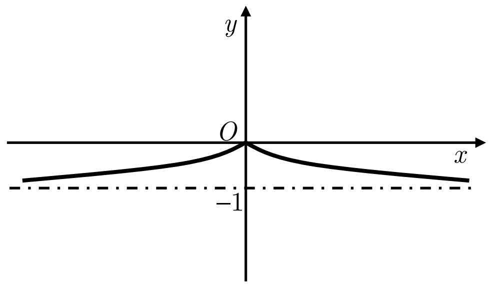


Em qual das figuras seguintes está a representação gráfica da função definida por $h(x) = g(|x|) - 1$?

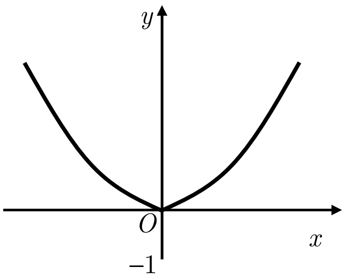
(A)



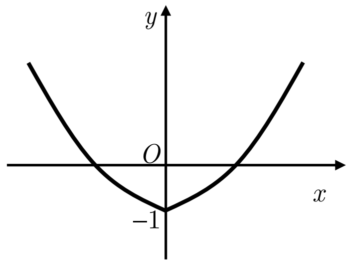
(B)



(C)



(D)



4. No desenvolvimento de $(x+1)^9$, uma das parcelas é igual a $k\,x^2$. Qual é o valor de k?

(A) 72 **(B)** 54 **(C)** 36 **(D)** 18

5. No concurso "Euromilhões", um concorrente faz uma aposta. Para isso, preenche um boletim com dois quadros de números diferentes: o primeiro quadro tem cinquenta (e o concorrente inscreve uma cruz em cada um de **cinco** números escolhidos ao acaso) e o segundo tem nove (e o concorrente inscreve uma cruz em cada um de **dois** números escolhidos ao acaso).
Qual é a probabilidade de o concorrente acertar no quarto prémio (quatro + dois números certos)?

(A) $\frac{50}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$ **(B)** $\frac{225}{{}^{50}C_5 + {}^{9}C_2}$ **(C)** $\frac{225}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$ **(D)** $\frac{50}{{}^{50}C_5 + {}^{9}C_2}$

6. Em Itália, um inquérito a 129 crianças entre os nove os doze anos, revelou que 56% tem telemóvel. Destes, 86% leva-o para a escola.
De todas as crianças inquiridas **com telemóvel**, quantas, aproximadamente, **não o levam** para a escola?

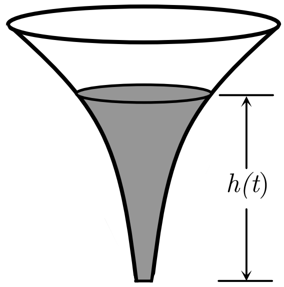
(A) 57 **(B)** 35 **(C)** 10 **(D)** 6

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. A figura representa um reservatório. Considere que, inicialmente, o reservatório está vazio e, num certo instante, começa a ser enchido com água até o reservatório ficar cheio. Admita que a altura, em metros, da água do reservatório, t horas após este ter começado a ser enchido, é dada por $h(t) = 5 - 5e^{-0,7t}$, $t \in [0,6]$.



1.1. Qual é a altura máxima do reservatório?
Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.

1.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique após quanto tempo a água do reservatório atingiu os três metros de altura.
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

1.3. Admita agora que existe um outro reservatório idêntico e que também começa a ser enchido ao mesmo tempo do que o anterior. A altura, em metros, da água deste reservatório, t horas após ter começado a ser enchido, é dada por $f(t) = 4 - 4e^{-1,5t}$, $t \in [0,6]$.
Recorra à calculadora para determinar **graficamente** a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema:
A altura da água do segundo reservatório chegou a ser superior à do primeiro? Se sim, durante quanto tempo?
Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos.
Apresente a resposta em horas, arredondado às décimas.

2. É dada a função definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = 1 - \frac{\log_3(2x+7)}{5}$

2.1. **Sem recorrer à calculadora**, determine, se existirem, os zeros de g.

2.2. Caracterize a função inversa de g.

3. Para poder movimentar as suas contas no sítio da *Internet* do Millenniumbcp, é necessário a um utilizador ter um código de acesso com sete algarismos (iguais ou diferentes) para sete posições.

3.1. Admita que, num certo dia, um utilizador quer fazer uma transferência de dinheiro e o sítio pede apenas algarismos de três posições diferentes do código. De quantas maneiras é possível isso?

3.2. Um utilizador escolhe um código ao acaso com sete algarismos. Determine a probabilidade de o código escolhido ter exactamente dois algarismos iguais a 0.
Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às décimas.

4. Considere o seguinte problema:

Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: espadas, copas, ouros e paus.
De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, cinco cartas.
Qual é a probabilidade de haver ***apenas*** *quatro cartas do naipe espadas?*

Numa pequena **composição**, com cerca de dez linhas, indique a resposta correcta a este problema.

(A) $\frac{{}^{13}C_4}{{}^{52}C_5}$ **(B)** $\frac{39 \times {}^{13}C_4 \times 5!}{{}^{52}A_5}$ **(C)** $\frac{39! \times 4!}{52!}$ **(D)** $\frac{4}{13}$

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
» referência à Regra de Laplace;
» explicação do número de casos possíveis;
» explicação do número de casos favoráveis.

5. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sabe-se que:
A e B são dois acontecimentos possíveis e **independentes** e B e $\overline{B}$ são acontecimentos equiprováveis.

Prove que $\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{\mathrm{P}(A)+1}{2}$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (6 valores)	**Cada resposta certa: + 1**	**Cada resposta errada: – 0,2**	**Cada questão não respondida ou anulada: 0**

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II (14 valores)	**1.**............................**5,0** **1.1.**................**1,4** **1.2.**................**1,8** **1.3.**................**1,8**	**2.**............................**3,2** **2.1.**................**1,4** **2.2.**................**1,8**	**3.**............................**2,8** **3.1.**................**1,2** **3.2.**................**1,6**	**4.**............................**1,6**	**5.**............................**1,4**

O professor: RobertOliveira