

2.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 2

Duração: 90 minutos
1.º Período - 10/12/04

Classificação: ,

Nome: _____

N.º: _____

O professor: _____

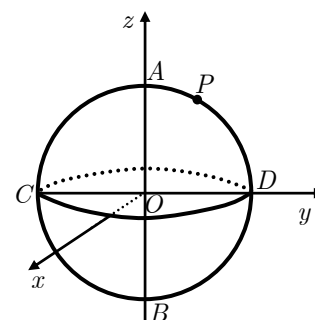
Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

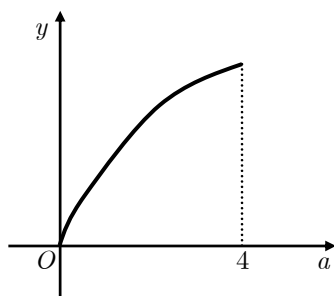
1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

$[AB]$ e $[CD]$ são diâmetros da superfície esférica; um ponto P desloca-se ao longo do arco $[CAD]$.

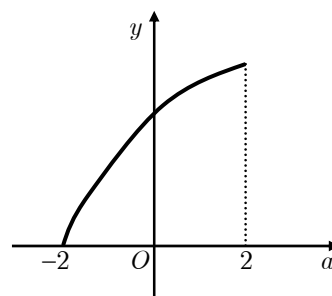
Para cada posição do ponto P , seja a a sua ordenada e seja $f(a)$ o comprimento de $[PD]$. Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função f ?



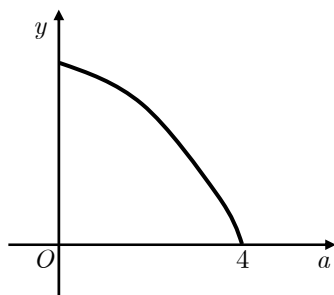
(A)



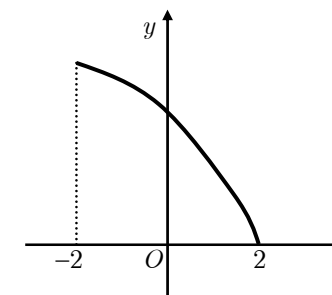
(B)



(C)



(D)



2. Qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo a , igual a $\log_3 \sqrt{3a}$?

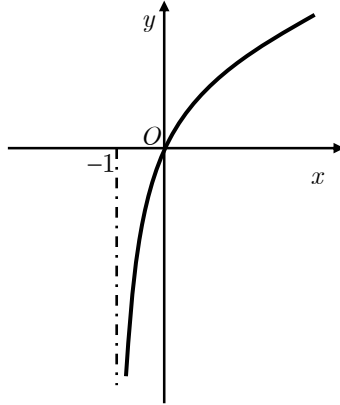
(A) $\sqrt{1 + \log_3 a}$

(B) $\sqrt{\ln 3 + \ln a}$

(C) $\frac{\ln 3 + \ln a}{2}$

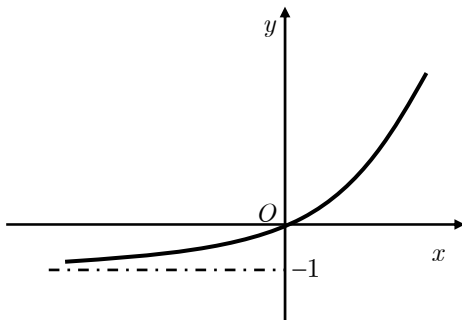
(D) $\frac{1 + \log_3 a}{2}$

3. Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função g .

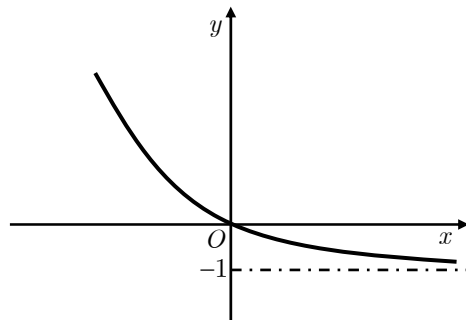


Em qual das figuras seguintes está a representação gráfica da função definida por $h(x) = 1 - g(x)$?

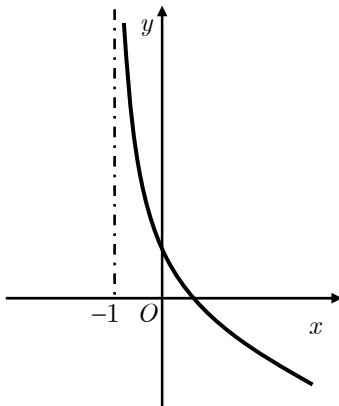
(A)



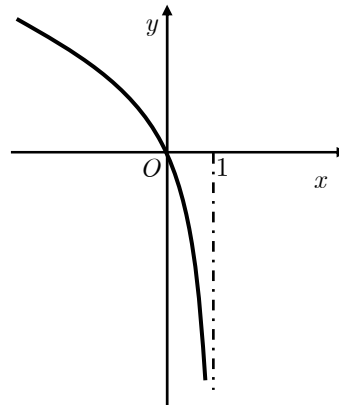
(B)



(C)



(D)



4. O segundo elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 23. Qual é o vigésimo segundo elemento da linha **seguinte**?

(A) 2024

(B) 24

(C) 8855

(D) 552

5. No jogo tipo “raspadinha” número 89 da Santa Casa venderam-se dois milhões de cartões, dos quais um quarto continha um prémio. O Ambrósio comprou dez desses cartões ao acaso. Qual é a probabilidade de haver, pelo menos, um cartão premiado?

(A) $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$

(B) $\frac{1}{{}^{10}C_4}$

(C) $\frac{4}{{}^{10}A_4}$

(D) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$

6. De um baralho com cinquenta e duas cartas (divididas equitativamente por quatro naipes, cada um com três figuras), tiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas. A primeira carta é o Ás de copas e a segunda não é uma figura. Qual é a probabilidade de esta ser uma carta de copas?

(A) $\frac{3}{13}$

(B) $\frac{3}{17}$

(C) $\frac{5}{13}$

(D) $\frac{5}{17}$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Num bar, o Zulmiro pediu um copo de água fria e a Ricarda um café (e ambos foram servidos ao mesmo tempo). O Zulmiro ficou dentro do bar a beber a água e chegou à conclusão de que a função que relaciona a temperatura da água (em graus Celsius) com o tempo t (em minutos) está definida por $a(t) = 23 - 15e^{-0,6t}$.
A Ricarda foi com o café para a esplanada no exterior e concluiu que a sua temperatura (também em graus Celsius) em função do tempo está definida por $c(t) = 16 + 65e^{-0,4t}$. Em ambas as funções $t \geq 0$.

- 1.1. Qual era a temperatura da água no momento em que o Zulmiro foi servido?
Apresente o resultado em graus Celsius.

- 1.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique após quanto tempo a temperatura do café da Ricarda foi igual a 40 graus Celsius.
Apresente o resultado em minutos e segundos (segundos arredondado às unidades).
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

- 1.3. Recorra à calculadora para determinar **graficamente** as soluções das condições que lhe permitem resolver os seguintes problemas:
1º) *Durante quanto tempo a temperatura da água foi inferior à do café?*
2º) *Qual foi a diferença entre as temperaturas ambientes no interior e no exterior do bar?*
Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos.
Apresente as respostas em minutos, arredondado às décimas.

2. É dada a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = \frac{\log_5(x-8)-2}{3}$

- 2.1. Determine o domínio de f .

- 2.2. **Sem recorrer à calculadora**, determine, se existirem, os zeros de f .

- 2.3. Caracterize a função inversa de f .

3. No próximo ano lectivo, vai haver eleições para a Direcção Executiva numa certa escola.
- 3.1. Sabe-se que há oito candidatos para preencher cinco lugares na Direcção, dos quais um é o de Presidente e outro de Vice-Presidente. De quantas maneiras pode ser feita a escolha?
- 3.2. Para angariar fundos com vista à construção do pavilhão gimno-desportivo, a Direcção Executiva actual resolveu elaborar um concurso de apostas destinados a toda a comunidade. No entanto, os responsáveis estão indecisos entre as seguintes duas opções:

Opção A

Cada concorrente paga € 1 e preenche um boletim como o do lado: inscreve uma cruz em quatro dos números e em apenas uma vogal.
No dia do sorteio, há dois sacos: um tem dez bolas (com os números de 1 a 10) e vão ser extraídas quatro; o outro tem cinco bolas (com as vogais inscritas) e vai ser extraída uma. Ganha(m) um prémio aquele(s) que acertar(em) nos quatros números e na vogal.

QUADRO 1				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
QUADRO 2				
A	E	I	O	U
Nome: _____				

Opção B

Cada concorrente paga € 1 e preenche um boletim como o do lado: inscreve apenas uma cruz em cada linha (uma na linha dos algarismos, uma na das letras, uma na das letras gregas e outra na dos símbolos matemáticos).
No dia do sorteio, há quatro sacos: cada um tem seis bolas (respectivamente com os caracteres do boletim); vai ser extraída uma bola de cada saco. Ganha(m) um prémio aquele(s) que acertar(em) em cada carácter que preencheu(ram).

1	2	3	4	5	6
A	B	C	D	E	F
α	β	χ	δ	ε	φ
∇	∃	↔	⊆	∩	∈
Nome: _____					

Supondo que a aderência da comunidade a qualquer um dos jogos seria a mesma, explique, numa pequena **composição** (à volta de cinco linhas) qual seria o melhor jogo, do ponto de vista financeiro, para a escola.

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis.
Sabendo que $\bar{A} \cup \bar{B}$ e B são acontecimentos contrários, prove que $A|B$ é um acontecimento certo.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (6 valores)	Cada resposta certa: + 1	Cada resposta errada: - 0,2	Cada questão não respondida ou anulada: 0
--------------------------------	--------------------------	-----------------------------	---

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II (14 valores)	1 5,0	2 4,4	3 3,2	4 1,4
	1.1 1,4	2.1 1,2	3.1 1,4	
	1.2 1,8	2.2 1,4	3.2 1,8	
	1.3 1,8	2.3 1,8		