

**2.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 2**

**Duração: 90 minutos**  
**1.º Período – 15/12/03**

**Classificação:**   ,

**Nome:** \_\_\_\_\_ **N.º:** \_\_\_\_\_ **O professor:** \_\_\_\_\_

**Grupo I**

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Numa caixa estão doze postais de Boas Festas todos diferentes, sendo cinco deles com motivos sobre o Pai Natal e sete com a Árvore de Natal. Retirando ao acaso três desses postais, qual é a probabilidade de serem todos com motivos sobre o Pai Natal?

- (A)  $\frac{10}{264}$                       (B)  $\frac{1}{22}$                       (C)  $\frac{5}{792}$                       (D)  $\frac{7}{44}$

2. Lança-se **dez vezes** um dado tetraédrico com as faces numeradas de 1 a 4. Então, a probabilidade de sair, **exactamente**, três vezes a face 1 é igual a:

- (A)  $\frac{{}^{10}C_3}{10!}$                       (B)  $\frac{4 \times 3}{10!}$                       (C)  ${}^{10}C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$                       (D)  ${}^{10}C_7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$

3. O terceiro elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 1225. Assim, a probabilidade de o segundo elemento dessa linha ser o 50 é:

- (A) 1                      (B) 0,5                      (C) 0,25                      (D) 0

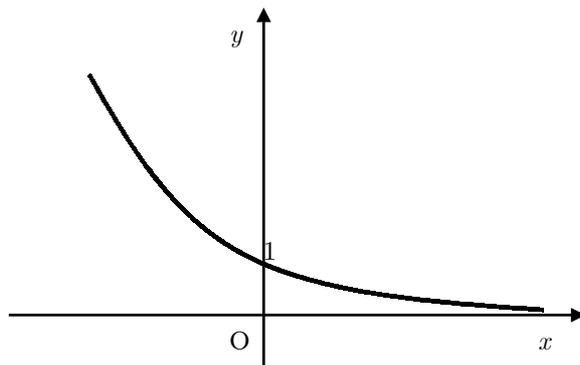
4. Qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo  $a$ , igual a  $e^{\ln 6 + \ln a}$ ?

- (A)  $6 + a$                       (B)  $a^6$                       (C)  $e^{6+a}$                       (D)  $6a$

5. Dada a função definida por  $g(x) = \log_{125} x$ , sabe-se que o ponto  $P$  faz parte do seu gráfico e tem ordenada igual a  $\frac{1}{3}$ . Qual é a abcissa de  $P$ ?

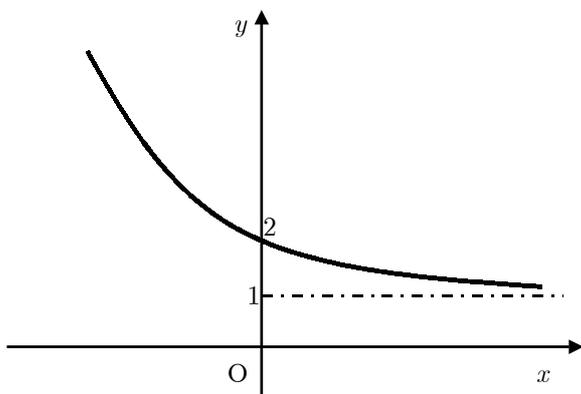
- (A)  $\frac{125}{3}$                       (B) 5                      (C) 3                      (D)  $\ln \frac{125}{3}$

6. Na figura está parte da representação gráfica de uma certa função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ .

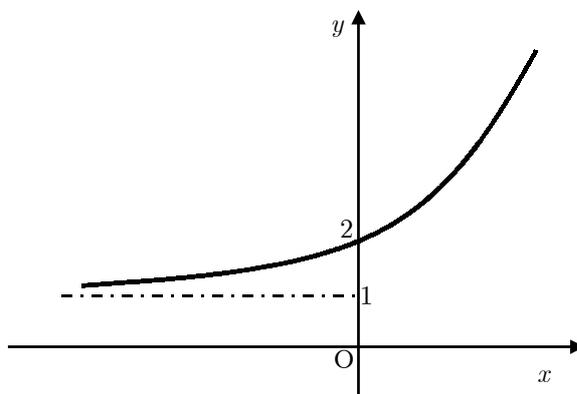


Em qual das figuras seguintes está a representação gráfica da função definida por  $h(x) = -g(x + 1)$ ?

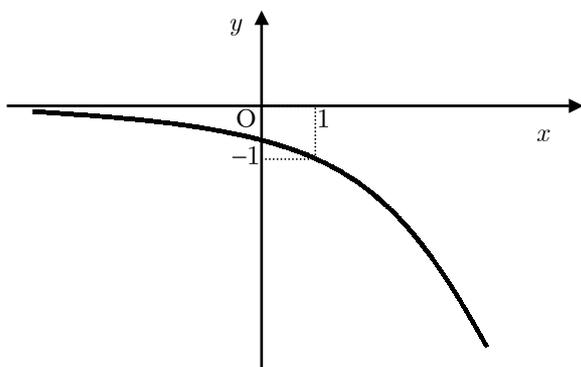
(A)



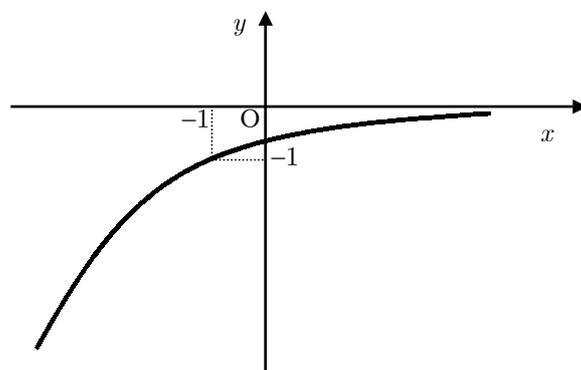
(B)



(C)



(D)



### Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

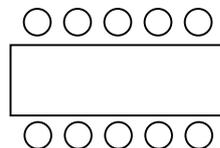
1. Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos possíveis ( $A \subset \Omega$  e  $B \subset \Omega$ ).

Sabe-se que  $P(A) = 0,4$  e  $P(B) = 0,3 = P(\bar{A} \cap \bar{B})$

Prove que  $A$  e  $B$  são acontecimentos incompatíveis.

2. Cinco casais amigos pensam sair juntos no próximo sábado.
- 2.1. Eles pensam em ir sentados numa carrinha de dez lugares. De quantas maneiras é isso possível, sabendo que o casal Vidigueira só vai em dois dos três lugares da frente?
- 2.2. Os casais Castro e Aires são os únicos que têm filhos. Por isso, a probabilidade de eles comprarem uma outra televisão é igual a 90% enquanto que a probabilidade de um outro casal comprar uma outra televisão é igual a 15%.  
Antes do próximo sábado, um dos cinco casais desta história vai comprar uma televisão nova. Qual é a probabilidade de esse casal ter filhos?

- 2.3. Considere o seguinte problema: “*Todos os dez amigos vão ao seu restaurante favorito e vão sentar-se aleatoriamente numa mesa rectangular como a da figura ao lado. Qual é a probabilidade de o casal Laurêncio ficar frente-a-frente?*”



Uma resposta correcta para este problema é:  $\frac{2 \times 5 \times 8!}{10!}$ . Numa pequena composição, com cerca

de dez linhas, explique **esta resposta**, organizando a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace; explicação do número de casos possíveis; explicação do número de casos favoráveis.

3. A senhora Bruna chegou à conclusão que o seu vencimento é dado, em euros, pela função definida por  $v(t) = 580 e^{0,02t}$ . A variável  $t$  é medido em anos e o instante  $t = 0$  corresponde ao ano 2000.

- 3.1. Qual é o ordenado que a sra. Bruna auferi no presente ano de 2003? Apresente o resultado em euros e cêntimos, cêntimos arredondado às centésimas.
- 3.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), determine em que ano a sra. Bruna ganhará, com este modelo matemático, € 1000.
- 3.3. Verifique que, para qualquer valor de  $t$ , o quociente  $\frac{v(t+1)}{v(t)}$  é constante. Determine um valor aproximado dessa constante (com duas casas decimais) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

4. É dada a função definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \frac{\log_2(5x-3)}{3} - 1$

- 4.1. **Sem recorrer à calculadora**, determine, se existirem, os zeros de  $f$ .
- 4.2. Caracterize a função inversa de  $f$ .

FIM

### COTAÇÕES

Grupo I ..... 6	Grupo II ..... 14			
Cada resposta certa: +1	1.....1,5	2.....4,4	3.....4,9	4.....3,2
Cada resposta errada: -0,2		2.1.....1,2	3.1.....1,5	4.1.....1,5
Cada questão não respondida ou anulada: 0		2.2.....1,7	3.2.....1,7	4.2.....1,7
		2.3.....1,5	3.3.....1,7	

O professor: RobertOliveira    Net: [sm.page.vu](http://sm.page.vu) ou [roliveira.pt.to](http://roliveira.pt.to)