



Escola Secundária de Francisco Franco (2011/2012)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º ano

1.º Período

09/12/11

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere o desenvolvimento de $(x + 2)^n$.
Sabe-se que uma das parcelas desse desenvolvimento é $32 \times a \times x^8$, sendo a um dos elementos da linha n do triângulo de Pascal.
Qual é o valor de a ?
- (A) 1287 (B) 1124 (C) 792 (D) 715

2. Um saco contém seis bolas indistinguíveis ao tato: 3 brancas, duas pretas e uma amarela.
Tiram-se, ao acaso, 4 bolas. Considere a seguir as tabelas de distribuição de probabilidades de duas variáveis aleatórias X e Y :

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

y_i	0	1
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

No conjunto das 4 bolas, quais podem designar, respetivamente, as variáveis X e Y ?

- (A) «Número de bolas brancas» e «Número de bolas pretas»
 (B) «Número de bolas brancas» e «Número de bolas amarelas»
 (C) «Número de bolas pretas» e «Número de bolas amarelas»
 (D) «Número de bolas brancas» e «Número de bolas pretas ou amarelas»

3. Na sala dos professores de Matemática estão 27 cacifos de 27 professores, dispostos em três filas de nove cacifos cada. Sabe-se que há 3 professores com o nome começado por J.
Se os cacifos forem distribuídos aleatoriamente, qual é a probabilidade, com quatro casas decimais, de os cacifos destes 3 professores ficarem na fila de cima (em qualquer posição)?



- (A) 0,0001 (B) 0,0003
 (C) 0,0287 (D) 0,0872

4. Num torneio de bridge, há 5 mesas de jogo, cada uma com quatro jogadores e um baralho completo de 52 cartas.
Suponha-se que, num dado momento, um jogador de cada mesa joga uma carta. Qual é a probabilidade de ela ser o ás de espadas (em todas as mesas)?

- (A) $\frac{5}{52^5}$ (B) $\frac{5}{52^{20}}$ (C) $\frac{1}{52^5}$ (D) $\frac{1}{52^{20}}$

5. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = e^x - 3$

Seja O a origem de um referencial o.n. xOy e A um ponto do gráfico de f de abcissa 2

Indique um valor, aproximado às décimas, de \overline{AO}

- (A) 2,5 (B) 3,3 (C) 4,8 (D) 5,1

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exacto.

1. Segundo um inquérito efetuado pela associação portuguesa para a defesa do consumidor, aproximadamente 3883 portugueses passam, em média, 17 horas por semana a navegar na internet. Sabe-se que a variável «número semanal de horas na internet» segue uma distribuição normal.
Admita que há 1853 portugueses que passam entre 17 e 20 horas semanais na internet. Qual pode ser o desvio padrão desta distribuição? Apresente o resultado em horas, arredondado às décimas.

2. “Observei primeiro a mesa com o computador. Havia papéis e ficheiros espalhados de modo aleatório.”
NOS MEANDROS DA LEI, Michael Connelly

Uma pequena firma possui n artigos informáticos, 2 dos quais computadores. Esses artigos vão ser transportados para outra sala.

- 2.1. Suponha que $n = 10$. Num dado instante, vão ser transportados, de modo aleatório, 3 artigos informáticos. Qual é a probabilidade de, nesse transporte, haver pelo menos um computador? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
- 2.2. Considere o problema seguinte.

«Todos os n artigos vão ser transportados, um de cada vez e ao acaso. Qual é a probabilidade de os computadores serem os dois primeiros a serem transportados?»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas.

Resposta I: $\frac{2(n-2)!}{n!}$ Resposta II: $\frac{2}{{}^nC_2}$

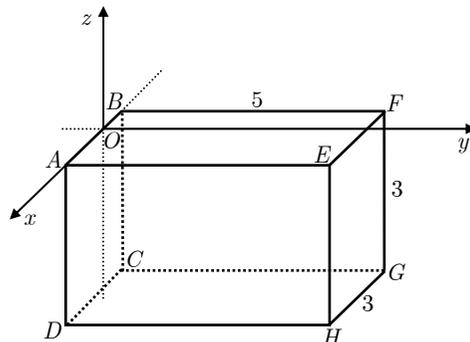
Apenas uma das respostas está correta. Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique um raciocínio que conduza à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta.

3. Na figura ao lado encontra-se, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma reto quadrangular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- a base é um quadrado de lado 3 e a altura é igual a 5
- O vértice A tem coordenadas $(2,0,0)$



- 3.1. Considere que se assinalam 3 novos pontos na aresta $[AB]$ e 3 novos pontos na aresta $[CD]$. Pretende-se designar todos esses 6 pontos pelas letras J, L, M, N, P e U. De quantas maneiras é isso possível, sabendo que não há nenhuma vogal na aresta com pontos de cota negativa?
- 3.2. Escolhem-se duas quaisquer arestas do prisma. Qual é a probabilidade de serem escolhidas duas arestas onde todos os pontos têm abcissa negativa? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

4. O Aniceto observa uma caixa com alguns bolos. Ele sabe que há lá 4 queijadas e 2 pastéis de nata.

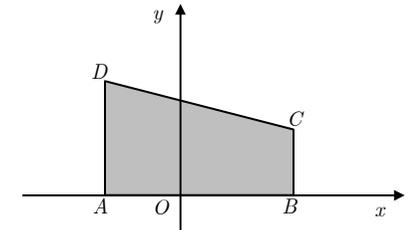
Considere a experiência seguinte: “O Aniceto tira um bolo ao acaso; o primeiro bolo que ele tocar, irá comê-lo. Se for um pastel de nata, ele repetirá a experiência de retirar outro bolo ao acaso; se o primeiro bolo for uma queijada, o Aniceto não tirará outro.”

Seja X o número de pastéis de nata que, no final da experiência, o Aniceto comeu. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X , apresentando-as na forma de fração irredutível.

5. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 3^{\frac{x}{2}-1}$

- 5.1. Sem usar a calculadora, determine a abcissa do ponto de interseção entre o gráfico de f e a reta de equação $y = \sqrt[3]{81}$

- 5.2. No referencial da figura está representado o trapézio $[ABCD]$, sendo que:



- O ponto A pertence ao eixo Ox e tem abcissa -2
- O ponto B pertence ao eixo Ox e tem abcissa 3
- O ponto C pertence ao gráfico de f
- O ponto D pertence ao gráfico da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(2 - x)$
- As retas AD e BC são paralelas ao eixo Oy

Determine, arredondado às décimas, a área do trapézio $[ABCD]$. Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....18	2.....39	3.....33	4.....21	5.....39
	2.1.....18	2.2.....21	3.1.....15	3.2.....18	5.1.....18
					5.2.....21