



2.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 1 (recorrente)

Módulo 7 – Cálculo Combinatório e Probabilidades

15/12/09

Duração: 90 minutos

Nome: _____ N.º: _____ Classificação:

O professor: _____

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos **incompatíveis** de Ω e tais que:

- $P(B) = \frac{1}{3}$;
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{2}$.

Qual é o valor de $P(A)$?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

2. Numa linha do triângulo de Pascal, há apenas treze números **distintos** (entre si). Qual é o quarto número dessa linha?

- (A) 286 (B) 715 (C) 2300 (D) 12650

3. “Kyritsis, agora familiarizado com os sintomas de Maria, sabia que as hipóteses de Giorgis Petrakis contrair lepra pela filha era de uma num milhão.”

A ILHA, Victoria Hislop

Um homem britânico foi surpreendido quando viu uma maçã de duas cores numa sua macieira: meia verde e meia vermelha.

Segundo alguns peritos, trata-se de um fenómeno natural pois, em cada milhão de maçãs, há uma com essas características.

Se forem escolhidas duas maçãs quaisquer ao acaso, qual é a probabilidade de apenas uma delas ter as duas cores?



- (A) $\frac{1000000}{10^{12}}$ (B) $\frac{999999}{10^{12}}$ (C) $\frac{1999998}{10^{12}}$ (D) $\frac{1}{10^{12}}$

4. A tabela de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X é:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5!}$	$\frac{1}{4!}$	$\frac{1}{3!}$	a

Qual é o valor de a ?

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2!}$ (C) $\frac{23}{30}$ (D) $\frac{47}{60}$

5. Uma cadeia de supermercados tem 100 000 cabazes de Natal para venda. Sabendo que a variável «preço do cabaz de Natal, em euros» é normal de valor médio 50 e desvio-padrão 10, quantos cabazes são de esperar que custem menos de 20 euros?

- (A) 100 (B) 135
(C) 1490 (D) 2275

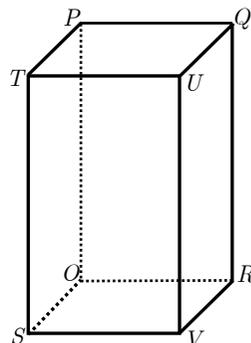


Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura ao lado está representado o prisma quadrangular regular [OPQRSTUV].



- 1.1. Considere que dispomos de cinco cores (amarelo, branco, castanho, dourado e encarnado) para pintar a base superior e as quatro faces laterais desse prisma. Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas essas faces, de tal modo
- que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes
 - e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

1.2. Escolhidos três vértices ao acaso do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem um triângulo que contém o ponto P ? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. Numa caixa estão nove cartões, numerados de 1 a 9.

2.1. Considere a seguinte experiência: é extraído um cartão ao acaso, por cinco vezes e **com reposição** desse cartão.

2.1.1. Quantos números de cinco algarismos se podem formar, que tenham apenas dois algarismos iguais a 9?

2.1.2. Admitindo que o número de cinco algarismos é um qualquer possível nesta experiência, determine a probabilidade de ele ser ímpar, mas com todos os algarismos **diferentes**. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às milésimas.

2.2. Suponha que se extraem apenas dois cartões, **sem reposição**. Considere os seguintes acontecimentos:

A: "o primeiro cartão tem um algarismo ímpar"

B: "o segundo cartão tem um algarismo ímpar"

Justifique que os acontecimentos $B | A$ e $\bar{B} | A$ são equiprováveis.

2.3. Admita agora que foram retirados da caixa cinco cartões, ficando os quatro numerados de 1 a 4. Extraem-se ao acaso, e em simultâneo, dois desses quatro cartões da caixa.

Seja X o **maior** dos números saídos. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e determine o seu valor médio.

Nota: Apresente o valor das probabilidades e o valor médio na forma de fracção irredutível.

3. A selecção nacional de futebol vai jogar e, numa zona da bancada com n lugares lado a lado, sentam-se b adeptos com camisolas do SL Benfica, p adeptos com camisolas do FC Porto e s adeptos com camisolas do Sporting CP (admita que as camisolas são, consoante a cor clubística, todas iguais). Nestas condições, sabe-se que o número total de maneiras que as camisolas dos adeptos podem estar nos n lugares é dado por

$$\frac{n!}{b!p!s!}, \text{ sendo } n = b + p + s$$

3.1. Admita que na bancada se vão sentar 20 adeptos com camisolas desses três clubes em 20 lugares. Use a fórmula anterior para justificar que o número de maneiras que as camisolas dos adeptos podem estar é igual a

$${}^{20}C_b \times {}^{20-b}C_p$$

3.2. Suponha agora que há 10 adeptos do SL Benfica, 6 do FC Porto e 4 do Sporting CP nessa bancada. Qual é a probabilidade de as camisolas dos adeptos ficarem juntas segundo a sua cor clubística? Apresente o resultado na forma de dízima, com oito casas decimais.

4. Considere a experiência de se extraírem quatro cartas de um baralho completo, uma de cada vez e sem reposição. Numa questão relativa a uma composição inserida num teste (para justificar uma probabilidade), o Viriato teve, completamente certa, a seguinte resposta:

"A probabilidade de um acontecimento é o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, quando estes são todos equiprováveis. O denominador da fracção corresponde ao número de conjuntos formados com quatro cartas retiradas de um baralho com 52 cartas; o numerador corresponde ao número de hipóteses diferentes de escolher, ou dois ases (de entre os quatro existentes no baralho) e duas figuras (de entre as doze que existem) ou então quatro das doze figuras do baralho de cartas."

Em baixo, estão quatro fracções correspondentes à probabilidade pedida, sendo que apenas uma delas está correcta. Numa pequena composição, explique a sua resposta.

(i) $\frac{6 \times {}^{12}C_2 \times {}^{12}C_4}{{}^{52}A_4}$ (ii) $\frac{6 \times {}^{12}C_2 + {}^{12}C_4}{{}^{52}A_4}$ (iii) $\frac{6 \times {}^{12}C_2 + {}^{12}C_4}{{}^{52}C_4}$ (iv) $\frac{6 \times {}^{12}C_2 \times {}^{12}C_4}{{}^{52}C_4}$

FIM COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
----------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....32	2.....64	3.....36	4.....18
	1.1.....14 1.2.....18	2.1.1.....14 2.1.2.....18 2.2.....14 2.3.....18	3.1.....18 3.2.....18	