Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2006/2007)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

www.esaas.com

1.º Período | 23/11/06 | Duração: 90 minutos

Nome: ______________________________ N.º: _____ Classificação: ___ ___ , ___

O professor:

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

1. *"Tentei apenas SOMMERS, a data do nascimento dela, o primeiro e os sete últimos dígitos do seu número de Segurança Social, o número de empregado. Todo um conjunto de combinações."*

PARANÓIA, Joseph Finder

Considere as vinte e três letras do alfabeto. Quantas palavras (com ou sem sentido) com sete letras é possível construir, sabendo que há **apenas** duas letras M?

(A) 42×22^5 **(B)** 21×22^5 **(C)** $4 \times 7!$ **(D)** $2 \times 5!$

2. Considere a sucessão definida por $u_n = {}^{n+2}C_3$.
Qual das expressões seguintes pode também definir esta sucessão?

(A) $(n+1)(n+2)$ **(B)** $n(n+1)(n+2)$ **(C)** $\frac{(n+1)(n+2)}{6}$ **(D)** $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

3. O Cristianinho Gaúcho é um futebolista profissional. Sabe-se que:

- No primeiro livre directo de um jogo, a probabilidade de ele marcar um golo é igual a 11%;
- No segundo livre directo de um jogo, a probabilidade de ele marcar um golo é igual a 9% se ele marcou um golo no primeiro livre e é igual a 13% se ele não marcou um golo no primeiro livre.

Num certo jogo, houve dois livres directos marcados por Cristianinho Gaúcho.
Qual foi a probabilidade de ele ter marcado **apenas um golo** num desses livres directos?

(A) $21{,}58\%$ **(B)** $21{,}14\%$ **(C)** $18{,}02\%$ **(D)** $17{,}58\%$

4. Como se sabe, os coeficientes dos monómios associados ao desenvolvimento de $(x+y)^n$ são os números da linha n do triângulo de Pascal. Sabendo que um dos termos desse desenvolvimento é o monómio $56\,x^3y^5$, quantos elementos tem essa linha do triângulo de Pascal?

(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10

5. O Adélio tem quatro chaves de casa muito parecidas mas sabe que só uma abre a porta da sua casa. No entanto, ele não conhece a chave que abre a porta de modo que vai experimentando cada uma das outras três chaves, ao acaso, até conseguir abrir a porta (mas sem voltar a experimentar uma chave já usada).

Seja X o número de tentativas até abrir a porta.

Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X ?

(A)

x_i	1	2	3	4
$\mathrm{P}(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

(B)

x_i	1	2	3	4
$\mathrm{P}(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

(C)

x_i	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

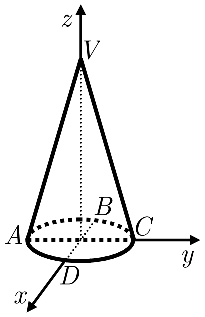
(D)

x_i	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

6. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone de revolução.

Sabe-se que:

- a base do cone está contida no plano xOy e tem o seu centro na origem do referencial;
- $[AC]$ e $[BD]$ são diâmetros da base;
- os pontos A e C pertencem ao eixo Oy ;
- os pontos B e D pertencem ao eixo Ox ;
- o ponto V pertence ao semieixo positivo Oz.



Escolhidos ao acaso, de entre os cinco, três pontos distintos, qual é a probabilidade de estes definirem um plano perpendicular ao plano de equação $z = 0$?

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{3}{5}$ **(C)** $\frac{2}{5}$ **(D)** $\frac{1}{5}$

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Admita que, para poder trabalhar num portal bancário, é necessário utilizar um código com uma sequência de 6 algarismos como, por exemplo, 105592.

1.1. Quantos códigos diferentes existem que tenham, **apenas**, um algarismo 1, um algarismo 2 e um algarismo 3?

1.2. Supondo que o código é atribuído ao acaso a um utilizador, qual é a probabilidade de esse código ser um número múltiplo de 5?
Apresente o resultado na forma de dizima.

1.3. Admita agora que o código atribuído a um utilizador tem os 6 algarismos diferentes.
Qual é a probabilidade de esse código ter algarismos consecutivos?
Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às décimas.

2. "*Estavam [diversos agentes da Polícia] a mandar parar as pessoas aleatoriamente, verificando as identificações, revistando as bagagens.*"
PRÍNCIPE DE FOGO, Daniel Silva

Na sala de espera de uma estação de comboios, agentes policiais estão a verificar a identidade de vários passageiros.

2.1. Num certo momento, foi possível concluir o seguinte:
- 3 em cada 5 passageiros eram homens;
- 5% dos passageiros eram estrangeiros;
- considerando apenas as mulheres, a décima parte eram estrangeiras.

A polícia escolheu, aleatoriamente, um passageiro e verifica os seus documentos.
Qual é a probabilidade de ele ser um homem estrangeiro?
Apresente o resultado na forma de percentagem.

2.2. Mais tarde, de entre oito mulheres e seis homens na sala, a polícia escolhe três passageiros ao acaso.
Qual é a probabilidade de pelo menos um deles ser um homem?
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.3. Horas depois, há vários passageiros na sala de espera, dos quais seis são mulheres. Suponha que a polícia vai interrogar dois passageiros, **um de cada vez**. Sabendo que a probabilidade de ambos os passageiros serem mulheres é igual a $\frac{5}{51}$, quantos passageiros estão na sala?

3. "*- Use uma média! – gritou Fichter, que se precipitou para o quadro e começou a colocar valores nos cálculos de probabilidades.*"
A EQUAÇÃO HIMMLER, William P. Kennedy

Encontram-se a seguir as distribuições de probabilidades relativas às variáveis X e Y :

x_i	0	$0{,}2$	$0{,}8$
$\mathrm{P}(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}4$	$0{,}4$

y_i	5	k
$\mathrm{P}(Y = y_i)$	a	b

a, b e k são números positivos; a é o **valor médio** da variável X.

3.1. Mostre que $b = 0{,}6$.

3.2. Seja μ o valor médio da variável Y. Determine k de modo $\mu = 8$.

4. Considere o seguinte problema:

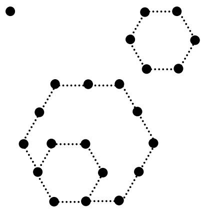
Um saco contém vinte bolas, indistinguíveis ao tacto: dez bolas com o número 6, algumas bolas com o número 4 e as restantes com o número 2.
Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso.
Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser superior a 15?

Nestas condições, apenas uma das expressões seguintes pode definir a probabilidade pedida.

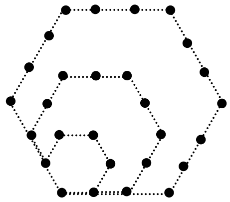
(A) $\frac{10 \times 6 \times 4}{{}^{20}C_3}$ **(B)** $\frac{{}^{10}C_3 + {}^{10}C_1 \times {}^{6}C_2}{{}^{20}C_3}$ **(C)** $\frac{{}^{10}C_3 + {}^{10}C_2 \times {}^{6}C_1}{{}^{20}C_3}$ **(D)** $\frac{{}^{8}C_3 + {}^{8}C_2 \times {}^{6}C_1}{{}^{20}C_3}$

Qual é a expressão correcta? Numa pequena **composição**, explique as razões que o levam a rejeitar as outras três expressões (**apresente três razões diferentes, uma por cada expressão rejeitada**).

5. Considere a tabela seguinte, referente aos quatro primeiros números hexagonais:



Nº hexagonal	Nº que somamos para obter o nº hexagonal seguinte
1	$5 = 4 \times \mathbf{1} + 1$
6	$9 = 4 \times \mathbf{2} + 1$
15	$13 = 4 \times \mathbf{3} + 1$
28	$17 = 4 \times \mathbf{4} + 1$



Usando o método de **indução matemática**, mostre que o n–ésimo número hexagonal é dado pela função definida por $h(n) = 2n^2 - n$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (146 pontos)	1..............................41 1.1...................11 1.2...................14 1.3...................16	2..............................45 2.1...................15 2.2...................15 2.3...................15	3..............................30 3.1...................15 3.2...................15	4..............................14	5..............................16

O professor: RobertOliveira