



Escola Secundária de Francisco Franco (2010/2011)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 6 e 7

www.esffranco.edu.pt

1.º Período

10/12/10

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

,

O professor:

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. “As probabilidades de uma mulher bêbada despachar o marido com um único e perfeito golpe de cutelo entre as vértebras e a medula eram astronomicamente reduzidas, como diziam Isakov e Urman.”

O FANTASMA DE ESTALINE, Martin Cruz Smith

Uma empresa vai oferecer dois prémios a dois dos seus melhores empregados. Há, ao todo, 50 empregados, 20 dos quais do sexo masculino. Além disso, há, no total, 5 casais. Sabe-se que os prémios saíram a um homem e a uma mulher. Qual é a probabilidade de eles formarem um casal?

- (A) $\frac{1}{120}$ (B) $\frac{1}{245}$ (C) $\frac{1}{500}$ (D) $\frac{1}{1000}$

2. Num estudo divulgado pela Fundação Getulio Vargas em 2009, chegou-se à conclusão que o número de horas que os estudantes brasileiros passam na escola pode ser modelada por uma distribuição normal.

Considere os seguintes acontecimentos:

A : «o número de horas que um estudante brasileiro passa na escola é inferior a 5»

B : «o número de horas que um estudante brasileiro passa na escola é superior a 2»

C : «o número de horas que um estudante brasileiro passa na escola é inferior a 1»

Sabe-se que os acontecimentos A e B são equiprováveis e admita que $P(C) = 10\%$

Ao escolher um estudante brasileiro qualquer, qual pode ser a probabilidade de ele passar entre 2 e 5 horas na escola?

- (A) 0,75 (B) 0,80 (C) 0,85 (D) 0,90

3. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	a	0,3	0,4	$0,5a$

(a designa um número real).

Qual é, arredondado às centésimas, o valor do desvio padrão desta variável aleatória?

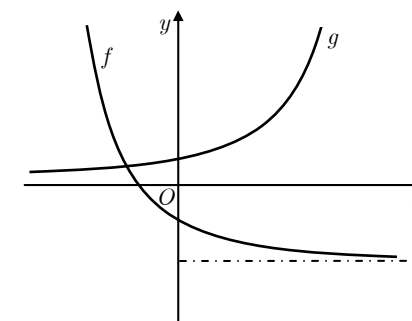
- (A) 0,89 (B) 0,92 (C) 0,95 (D) 0,98

4. De uma certa linha n do Triângulo de Pascal, sabe-se que ${}^n C_{45} - {}^n C_{35} = 0$

Qual é o terceiro elemento dessa linha?

- (A) 85 320 (B) 82 160 (C) 3240 (D) 3160

5. No referencial xOy a seguir estão parte dos gráficos das funções exponenciais f e g .



Qual pode ser a proposição verdadeira?

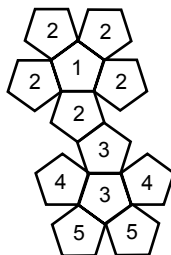
- (A) $g(x) = -f(x - 2)$
 (B) $g(x) = -f(x + 2)$
 (C) $g(x) = f(-x) + 2$
 (D) $g(x) = f(-x) - 2$

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura ao lado está a planificação de um dado dodecaédrico. Suponha que o dado é equilibrado e que se lança este dado uma única vez.
Seja X o número escrito na face que fica voltada para cima. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e, seguidamente, determine, **sem recorrer à calculadora**, o valor médio desta variável.
Apresente o valor médio na forma de fracção irredutível.



2. O pólo aquático é um jogo com bola praticado numa piscina por duas equipas de sete nadadores (tendo, cada equipa, um guarda-redes).



- 2.1. O Fausto é um jogador de pólo aquático. Em **cada** jogo que participa, o Fausto marca golo em 60% dos remates à baliza. Admita que ele faz dez remates por jogo.

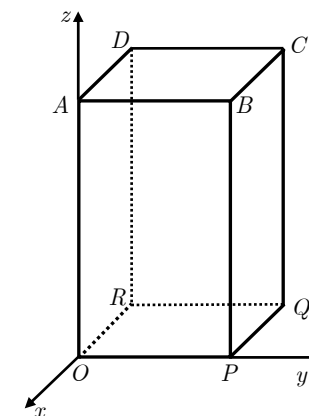
Sem usar a calculadora (excepto para cálculos numéricos), resolva o seguinte problema:

“Durante os 28 jogos que o Fausto vai disputar para o campeonato, em quantos deles é de esperar que ele marque, exactamente, 7 golos?”

Indique o valor pedido arredondado às unidades. Se utilizar cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

- 2.2. Num dia apareceram ao treino vinte nadadores, três dos quais guarda-redes.
- 2.2.1. Quantos grupos com dez nadadores se conseguem formar com pelo menos dois guarda-redes?
- 2.2.2. Para um treino específico, foram escolhidos sete elementos (dois dos quais guarda-redes). Eles vão entrar na piscina, um de cada vez. Qual é a probabilidade de os guarda-redes entrarem consecutivamente? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular $[ABCDOPQR]$. Sabe-se que:



- A base inferior do prisma está contida no plano xOy
- O eixo Oy contém a aresta $[OP]$
- O eixo Oz contém a aresta $[OA]$

- 3.1. Escolhe-se, ao acaso, uma aresta do prisma perpendicular ao eixo Oz .

Qual é a probabilidade de essa aresta ser paralela ao plano de equação $y = -5$? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

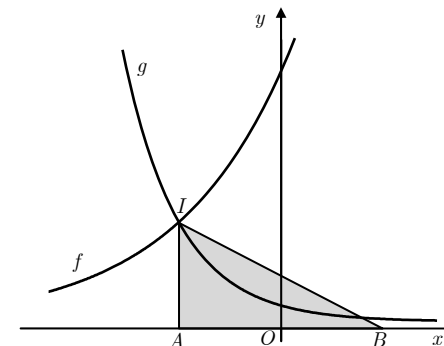
- 3.2. Considere agora que se assinalam outros n pontos na face $[ABCD]$ de maneira a que nunca haja três pontos colineares. Escolhem-se, ao acaso, três desses pontos.

Mostre que a probabilidade de ser construído um triângulo em que o ponto A

não é um dos vértices é igual a $\frac{n+1}{n+4}$

4. No referencial da figura estão representados:

- parte do gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 2^{x+4}$
- parte do gráfico da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 4^{-x} + k$, sendo k um número real positivo
- o ponto I de intersecção entre os gráficos de f e de g
- os pontos A e B pertencentes ao eixo Ox
- o triângulo $[ABI]$, rectângulo em A



Sabe-se que $\overline{AO} = \overline{BO}$

Sem usar a calculadora (excepto para cálculos numéricos), resolva os três itens seguintes.

4.1. Suponha que $y = \frac{1}{10}$ é a equação da assíntota do gráfico de g

Calcule, na forma de fracção irredutível, o valor de $g(0)$

4.2. Seja b a abcissa do ponto B .

Mostre que a área do triângulo $[ABI]$ é dada por $\frac{16b}{2^b}$

4.3. Admita agora que $k = 0$. Calcule a área do triângulo $[ABI]$

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....18	2.....48	3.....34	4.....50
		2.1.....17	3.1.....14	4.1.....15
		2.2.1.....14	3.2.....20	4.2.....15
		2.2.2.....17		4.3.....20