Escola Secundária de Francisco Franco (2010/2011)

www.esffranco.edu.pt

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 5

1.º Período 09/12/10 Duração: 90 minutos

Nome: N.º: Classificação: ,

O professor:

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Numa livraria, a Lurdes examina ao acaso um livro de duzentas páginas e o Pompeu examina, também ao acaso, uma revista de cem páginas.
Qual é a probabilidade de ambos abrirem o livro na mesma página?

(A) $\frac{1}{20000}$ **(B)** $\frac{1}{100}$ **(C)** $\frac{1}{200}$ **(D)** $\frac{1}{300}$

2. No desenvolvimento de $(x-1)^n$, sabe-se que um dos seus termos é ${}^{15}C_{10}\, x^5$

Qual dos termos seguintes é também um termo desse desenvolvimento?

(A) $3003\,x^{11}$ **(B)** $-1365\,x^{11}$ **(C)** $5005\,x^{8}$ **(D)** $-6435\,x^{8}$

3. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$0{,}35$	$0{,}2$	a	$2a$

(a designa um número real).

Qual é, arredondado às centésimas, o valor do desvio padrão desta variável aleatória?

(A) $1{,}24$ **(B)** $1{,}27$ **(C)** $1{,}32$ **(D)** $1{,}35$

4. *"- Se em cinco pessoas quatro disserem que viram Estaline no metro, então Estaline esteve mesmo lá, tanto como o senhor."*

O FANTASMA DE ESTALINE, Martin Cruz Smith

Numa estação de metro, sabe-se que quatro em cinco viagens são sempre em direcção à capital. Se num dia houver dez viagens, qual é a probabilidade (arredondado às milésimas) de metade delas ser em direcção à capital?

(A) $0{,}026$ **(B)** $0{,}033$ **(C)** $0{,}125$ **(D)** $0{,}229$

5. No referencial xOy a seguir estão parte dos gráficos das funções exponenciais f e g.

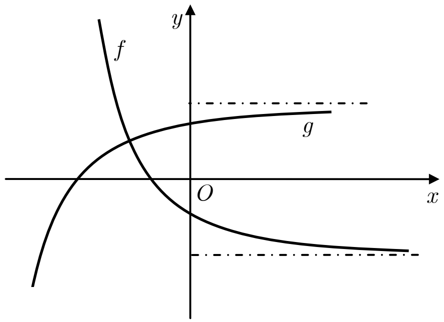
Qual pode ser a proposição verdadeira?

(A) $g(x) = -f(x-2)$

(B) $g(x) = -f(x+2)$

(C) $g(x) = f(-x)+2$

(D) $g(x) = f(-x)-2$

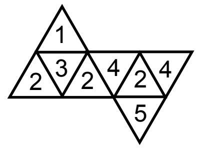


Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura ao lado está a planificação de um dado octaédrico.



1.1. Suponha que se lança este dado uma única vez.

Seja X o número escrito na face que fica voltada para baixo. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e, seguidamente, determine, **sem recorrer à calculadora**, o valor médio desta variável.
Apresente o valor médio na forma de fracção irredutível.

1.2. Suponha agora que se lança o dado três vezes. Determine a probabilidade de nunca sair a face 1.
Apresente o resultado na forma de dízima com duas casas decimais

2. O pólo aquático é um jogo com bola praticado numa piscina por duas equipas de sete nadadores (tendo, cada equipa, um guarda--redes).

2.1. Admite que a variável «número de quilómetros **diários** nadados por um atleta» segue uma distribuição normal $\mathcal{N}(6;0,5)$

Sem usar a calculadora (excepto para cálculos numéricos), resolva o seguinte problema:

"*Durante as oito semanas de preparação do atleta, em quantos dias é de esperar que ele nade, diariamente, entre 5,5 e 7,5 quilómetros?*"

Indique o valor pedido arredondado às unidades. Se utilizar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

2.2. Num dia apareceram ao treino vinte nadadores, três dos quais guarda-redes.

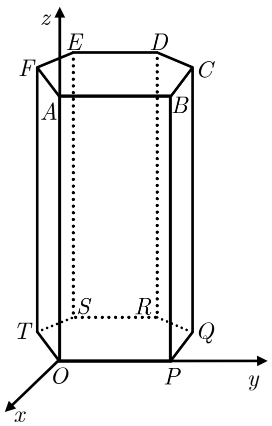
2.2.1. Para tirar uma fotografia, **foram escolhidos** sete elementos (havendo apenas um guarda-redes) para ficarem lado a lado. De quantas maneiras podem os sete jogadores ficar na fotografia se o guarda-redes ficar num dos extremos?

2.2.2. Num treino, vão entrar na piscina seis nadadores (dos vinte). Qual é a probabilidade de, nesses seis, haver pelo menos dois guarda-redes? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular $[ABCDEFOPQRST]$

Sabe-se que:

- A base inferior do prisma está contida no plano xOy
- O eixo Oy contém a aresta $[OP]$
- O eixo Oz contém a aresta $[OA]$



3.1. Escolhe-se, ao acaso, uma aresta do prisma paralela ao plano de equação $z = -5$

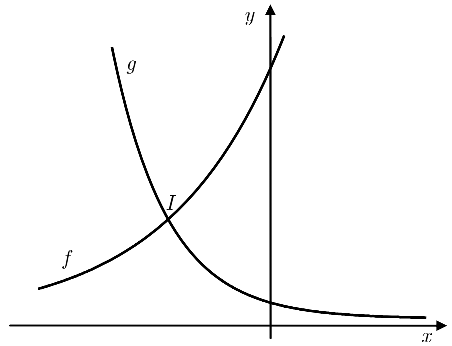
Qual é a probabilidade de essa aresta ser estritamente paralela ao eixo Oy? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

3.2. Considere agora que se assinalam outros n pontos na face $[ABCDEF]$ de maneira a que nunca haja três pontos colineares. Escolhem-se, ao acaso, três desses pontos.

Mostre que a probabilidade de ser construído um triângulo em que o ponto A **é** um dos vértices é igual a $\frac{3}{n+6}$

4. No referencial da figura estão representados:

- parte do gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2^{x+4} + k$, sendo k um número real positivo
- parte do gráfico da função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = 4^{-x}$
- o ponto I de intersecção entre os gráficos de f e de g



Sem usar a calculadora (excepto para cálculos numéricos), resolva os dois itens seguintes.

4.1. Suponha que $f(0) = 16,3$. Determine a equação da assimptota do gráfico de f

4.2. Admita agora que $k = 0$. Determine a abcissa de I

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (150 pontos)	**1.**....................36 **1.1.**..........18 **1.2.**..........18	**2.**....................48 **2.1.**..........17 **2.2.1.**..........14 **2.2.2.**..........17	**3.**....................34 **3.1.**..........14 **3.2.**..........20	**4.**....................32 **3.1.**..........14 **3.2.**..........18