Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2006/2007)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

www.esaas.com

1.º Período 27/11/07 Duração: 90 minutos

Nome: ____________ N.º: ____ Classificação: ____ , ____

O professor:

Grupo I

- Os seis itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

1. *"- Porque diz palavras ao acaso, sem reflexão? Qual o objecto da nossa discussão? Não conhece as minhas ideias?"*

O DOUTOR JIVAGO, Boris Pasternak

Considere as dez primeiras letras do nosso alfabeto (disto é, da letra A à letra J) e todas as palavras (com ou sem sentido) com quatro letras que é possível construir.
Ao escolher aleatoriamente uma dessas palavras, qual é a probabilidade de ela ter, **pelo menos**, uma vogal?

(A) $\frac{7!}{10!}$ **(B)** $\frac{4!}{7!}$ **(C)** $1-(0,3)^4$ **(D)** $1-(0,7)^4$

2. Sejam n e m dois números naturais tais que $n = {}^{2007}C_{1000}$ e $m = {}^{2007}C_{1001}$.

Qual é o valor de $n+2m$?

(A) ${}^{2008}C_{1001} + {}^{2008}C_{1000}$ **(B)** ${}^{2007}C_{1001} + {}^{2007}C_{1000}$

(C) ${}^{2008}C_{1001} + {}^{2007}C_{1001}$ **(D)** ${}^{2008}C_{1000} + {}^{2007}C_{1000}$

Testes de Matemática A do 12.º ano: enunciados e resoluções (2007/2008)

3. Admita que, num certo país, a variável «*área, em metros quadrados, dos parques*» segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 2000. Suponha que 40% dos parques observados têm uma área superior a 2100 m^2. Qual é a proposição **falsa**?

(A) 40% dos parques têm uma área compreendida entre 1900 m^2 e 2000 m^2;

(B) 20% dos parques têm uma área compreendida entre 1900 m^2 e 2100 m^2;

(C) 40% dos parques têm uma área inferior a 1900 m^2;

(D) 50% dos parques têm uma área superior a 2000 m^2.

4. A distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é dada pela seguinte tabela:

x_i	0	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,2	0,5	0,1	a

(a designa um número real)

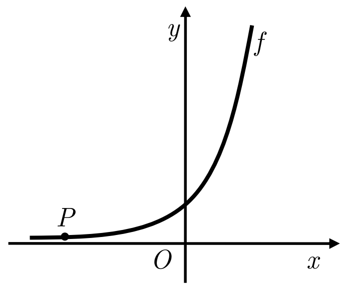
Em relação ao valor médio μ e ao desvio padrão σ de X, qual é a afirmação verdadeira?

(A) $\mu = 1,3$ e $\sigma = 2,1$ **(B)** $\mu = 2,1$ e $\sigma = 1,3$

(C) $\mu = 1,3$ e $\sigma = 2,3$ **(D)** $\mu = 2,1$ e $\sigma = 1$

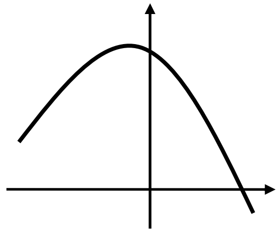
5. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- o gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = a^x$, $a > 1$;
- o ponto P, pertencente ao gráfico de f .

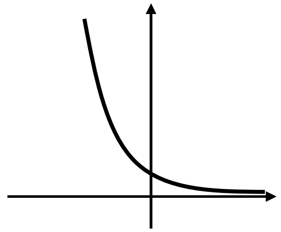


Considere que o ponto P percorre o gráfico da função f e seja d a **distância, em função de x, do ponto P ao ponto O**. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?

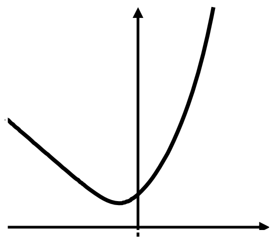
(A)



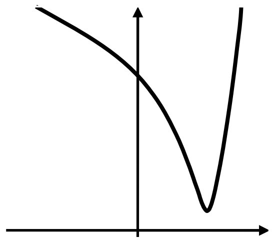
(B)



(C)



(D)



6. Seja g a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $g(x) = 2^{-x}$ e considere os pontos O, P e Q tais que:

- o ponto O é a origem de um referencial o.n. xOy ;
- o ponto P tem abcissa igual a 1 e pertence ao eixo Ox ;
- o ponto Q tem abcissa igual a 1 e pertence ao gráfico de g .

Qual é a área do triângulo $[OPQ]$?

(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{2}{7}$ **(D)** $\frac{2}{5}$

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando não é pedida a aproximação de um resultado, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Na final dos 200 metros planos masculinos no Campeonato Mundial de Atletismo em Osaka (Japão), havia três norte-americanos e três jamaicanos (entre os oito finalistas). Admita que todas as classificações eram possíveis.

1.1. De quantas maneiras poderia ter sido a classificação final se:

1.1.1. Os norte-americanos e os jamaicanos ficassem nas seis primeiras posições, **alternadamente** (isto é, de modo que não houvesse norte-americanos e jamaicanos “juntos” na classificação)?

1.1.2. Não ganhasse nenhum norte-americano?

1.2. *Tyson Gay* e *Wallace Spearmon* dos Estados Unidos e *Usain Bolt* pela Jamaica eram os grandes favoritos aos três primeiros lugares.

1.2.1. Calcule a probabilidade de esses três atletas ficarem nos cinco primeiros lugares.
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

1.2.2. Admita agora que *Gay* e *Bolt* iam, **de certeza**, ficar nos dois primeiros lugares. Qual era a probabilidade de *Spearmon* ficar no terceiro lugar?
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. *“Entre eles, um jovem (ainda aluno do liceu, provavelmente) ferido na cabeça.”*
O DOUTOR JIVAGO, Boris Pasternak

2.1. Dos jovens frequentadores de uma discoteca, sabe-se dois quintos são rapazes.
Escolhem-se, ao acaso, oito jovens quaisquer da discoteca.
Qual é a probabilidade de metade deles serem rapazes?
Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

2.2. A variável «despesas diárias, em euros, efectuadas pelos jovens no bar da discoteca» é modelada por uma distribuição normal, de valor médio 7 euros e desvio padrão 0,5 euros.
Admita que, numa certa noite, foram analisadas as despesas feitas pelos jovens na discoteca, tendo sido concluído que vinte e oito deles tinham efectuado uma despesa entre 7 e 7,5 euros.
Em quantos jovens (aproximadamente) foram analisadas as despesas? Justifique.

3. Um bancário tem algumas notas num compartimento: três de 5 euros, cinco de 10 euros e duas de 20 euros.

3.1. Considere a seguinte experiência: retirar, ao acaso, duas notas do compartimento.
Seja X a variável aleatória «quantia, em euros, retiradas do compartimento».
Calcule $P(X = 20)$ e $P(X = 25)$, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

3.2. Considere agora que se tem o compartimento anterior (que designaremos por compartimento A) e um outro compartimento, digamos B, com quatro notas de 5 euros, duas de 10 euros e duas de 20 euros.
Suponha que se realiza a seguinte experiência:

- ao acaso, retiram-se simultaneamente quatro notas do compartimento A e colocam-se no compartimento B;
- em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente quatro notas do compartimento B.

Sejam os acontecimentos:
S : «as quatro notas retiradas do compartimento A são iguais»;
T : «as quatro notas retiradas do compartimento B são também iguais».

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de $P(T \mid S)$, apresentando o seu valor na forma de dízima, com duas casas decimais. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de $P(T \mid S)$, no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

4. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de Ω (espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória). Sabe-se que:

- $P(A) = 0,7$;
- $P(B \mid A) = 0,4$.

Utilizando o **método de redução ao absurdo**, prove que A e B não são equiprováveis.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (146 pontos)	**1.**...........**59** **1.1.1.**....12 **1.1.2.**....12 **1.2.1.**....19 **1.2.2.**....16	**2.**...........**32** **2.1.**......16 **2.2.**......16	**3.**...........**38** **3.1.**......19 **3.2.**......19	**4.**...........**17**