

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 13

1.º Período 02/11/12 Duração: 90 minutos
Nome: N.º:
Classificação: O professor:

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere a experiência de se lançar, um certo número de vezes, um dado equilibrado, cuja planificação se encontra ao lado. A experiência consiste em registar a soma de todos os números saídos. Sabendo que o **maior** elemento do espaço amostral Ω é 24, quantos elementos tem Ω ?



- (A) 15 (B) 19 (C) 24 (D) 28

2. Sejam A e B dois acontecimentos de um espaço de resultados Ω tais que $P(A) = P(B) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,6$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

- (A) 0,4 (B) 0,6 (C) 0,8 (D) 1

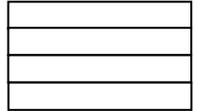
3. O chefe do partido político PSFP está indeciso em nomear uma pessoa do partido (de entre duas, X e Y) para se candidatar à presidência de uma câmara municipal.

A probabilidade de ser nomeado o candidato X é 95% mas, se isso acontecer, a probabilidade de ele ser eleito presidente é 40%. Por outro lado, a probabilidade de o candidato Y ser eleito presidente, se for nomeado, é 70%.

Qual é a probabilidade de, nas próximas eleições para a câmara municipal, o presidente ser do PSFP?

- (A) 30,3% (B) 41,5% (C) 57,3% (D) 68,5%

4. Os retângulos do lado são para serem pintados com quatro cores distintas de entre um total de dez. De quantas maneiras é isso possível se num dos retângulos já tiver pintada a cor verde?



- (A) 126 (B) 2016 (C) 210 (D) 5040

5. Vai ser feito o sorteio da chave do Totoloto, ou seja, vão sair, ao acaso, 6 bolas de uma tómbola, uma de cada vez, de entre um total de 49 (numeradas de 1 a 49).



Qual é a probabilidade de as bolas saírem com números consecutivos?

- (A) $\frac{44 \times 6}{49 A_6}$ (B) $\frac{44}{49 A_6}$ (C) $\frac{44 \times 6}{49 C_6}$ (D) $\frac{44}{49 C_6}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Em 2009, foi implantado o novo sistema de matrícula de veículos em França, conhecido por SIV (*Système d'Immatriculation des Véhicules*). Como se pode ver no exemplo ao lado, esse sistema apresenta uma sequência de duas letras – três algarismos – duas letras. Admita que podem ser usados vinte e seis letras do alfabeto.



- 1.1. Quantas matrículas existem em França com apenas duas consoantes?
- 1.2. Suponha que é escolhida uma matrícula qualquer de todas as possíveis. Qual é a probabilidade de ela começar e acabar com a letra A e o último algarismo for um número primo? Apresente o resultado na forma de dízima, com quatro casas decimais.
- 1.3. Suponha agora que é escolhida uma matrícula qualquer mas com todas as letras diferentes. Qual é a probabilidade de ela apresentar as letras A, C, N e B e os algarismos serem todos iguais? Apresente o resultado na forma de dízima, com oito casas decimais.

2. O gerente de uma loja está a analisar os currículos de 18 candidatos a vagas de repositor de produtos. Os candidatos distribuem-se da seguinte maneira:
- 10 são mulheres, sendo duas delas com menos de 25 anos;
 - os restantes são homens, tendo metade deles menos de 25 anos.
- 2.1. O gerente vai analisar, um de cada vez, apenas os currículos das mulheres. De quantas maneiras é possível essa análise, se os dois primeiros currículos forem das mulheres com 25 ou mais anos?
- 2.2. Suponha agora que o gerente vai extrair, da sua gaveta, três currículos ao acaso. Qual é a probabilidade de pertencerem todos a pessoas do mesmo sexo? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3. 3.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos de Ω , ambos com probabilidade não nula. Mostre que

$$P(A | B) = \frac{P(\overline{A \cap B}) - P(\overline{B})}{P(B)}$$

- 3.2. Com o marido a conduzir o automóvel numa autoestrada, a senhora Águeda reparou, durante alguns minutos, nos outros automóveis que circulavam, tendo constatado que:
- 30% eram automóveis com mais de dez anos;
 - 5% eram automóveis com mais de dez anos e circulavam, no máximo, a 120 km/h.

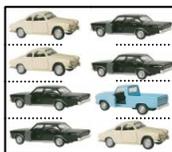
- 3.2.1. Suponha que se escolhia um automóvel, dos observados pela senhora Águeda, com mais de dez anos. Qual é a probabilidade de esse automóvel ter ido a uma velocidade superior a 120 km/h? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 3.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.

- 3.2.2. Admita, nesta alínea, que 20% eram automóveis que circulavam, no máximo, a 120 km/h. Averigue se os acontecimentos “automóveis com mais de dez anos” e “automóveis que circulavam, no máximo, a 120 km/h” são independentes.

- 3.3. O marido da senhora Águeda gosta de automóveis clássicos. Na sua garagem, tem quatro carros pretos, três brancos e um azul.

Tal como se pode ver no esquema ao lado, quatro automóveis ficam à esquerda na garagem e os outros quatro ficam à direita.



Supondo que eles são colocados ao acaso, qual é a probabilidade de o automóvel azul ficar num dos dois lugares perto da porta?

Duas respostas corretas a este problema são $\frac{2 \times {}^7C_4}{{}^8C_4 \times {}^4C_3}$ e $\frac{2 \times 7!}{8!}$

Numa pequena composição, explique **uma** das respostas anteriores, incluindo nela:

- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis;
- uma referência à Regra de Laplace.

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	---------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1. 48	2. 32	3. 70
	1.1.13	2.1.13	3.1.19
	1.2.16	2.2.19	3.2.1.19
	1.3.19		3.2.2.13
			3.3.19