



1.º TESTE DE MATEMÁTICA A

www.esffranco.edu.pt

12.º ano (alternativo)

29/10/09

Duração: 90 minutos

Nome: _____ N.º: _____ Classificação:

O professor: _____

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Na publicação saída recentemente, o *Times Higher Education Supplement - QS World University Rankings 2008*, apareceu o ranking das seiscentas melhores universidades mundiais, quatro das quais portuguesas. Escolhem-se **duas** universidades, ao acaso, do total. Qual é probabilidade de, nessas duas, uma delas ser a Universidade de Coimbra (considerada a melhor universidade portuguesa, nesse estudo)?

- (A) $\frac{1}{50}$ (B) $\frac{1}{100}$ (C) $\frac{1}{300}$ (D) $\frac{1}{600}$

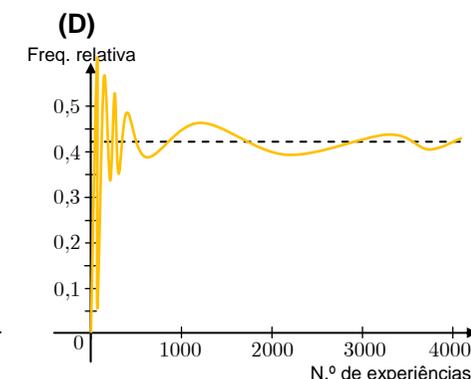
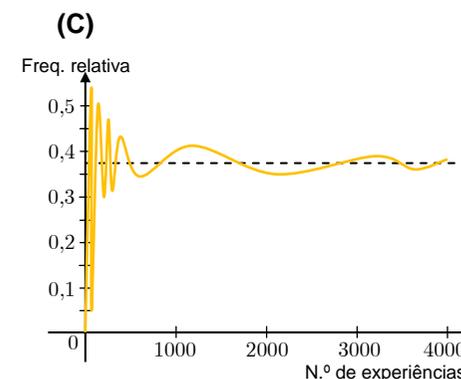
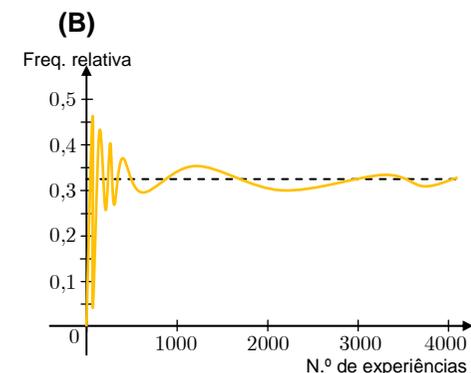
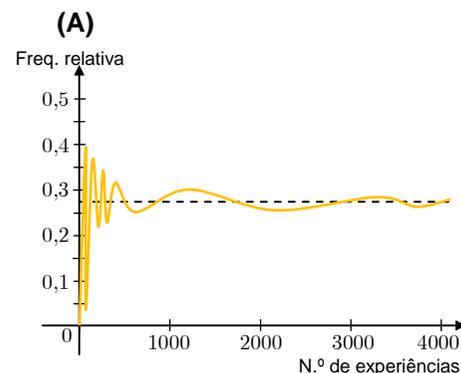
2. Numa urna, estão doze bolas numeradas de 1 a 12, sendo dez brancas e duas pretas. Considere a experiência aleatória de se retirarem as doze bolas, uma de cada vez e sem reposição. De quantas maneiras é isso possível se as cinco primeiras forem todas brancas?

- (A) $35 \times 7!$ (B) $42 \times 10!$ (C) $5 \times 12!$ (D) $8 \times 9!$

3. Lançaram-se 4000 vezes três moedas equilibradas, cada uma com uma face nacional e outra europeia. Considere o seguinte acontecimento:

N : "Apenas sai uma vez a face nacional no lançamento das 3 moedas"

Qual das seguintes pode ser a representação gráfica das frequências relativas do acontecimento N , à medida que o número de experiências vai aumentando?



4. "As probabilidades de surgirem duas senas mais uma vez afiguram-se-lhe exactamente como acontecia no tempo vulgar, ou seja, apenas sujeitas à influência das eventuais voltas dos dados."

O MISTÉRIO DE MARIE ROGÉT, Edgar Allan Poe

Lançam-se dois dados cúbicos viciados, ambos numerados de 1 a 6, e onde a probabilidade de sair o 6 é o **dobro** de sair qualquer outro número (em ambos os dados). Qual é probabilidade de saírem dois números 6?

- (A) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$ (B) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$ (C) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ (D) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

5. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e considere A e B dois acontecimentos **contrários** de Ω . Considere ainda as seguintes afirmações:

- (i) O acontecimento $A \mid B$ é impossível.
- (ii) O acontecimento $A \mid \bar{B}$ é certo.
- (iii) O acontecimento $A \cup B$ é impossível.
- (iv) O acontecimento $A \cup \bar{B}$ é certo.

Quais são as afirmações verdadeiras?

- (A) A (i) e a (iv) (B) A (i) e a (iii) (C) A (ii) e a (iv) (D) A (ii) e a (iii)

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Segundo a empresa de audiências *Marktest*, no dia 23 de Outubro, 12,9% dos tele-espectadores portugueses viram o “Jornal Nacional” do canal de televisão SIC e 13,9% viram o último programa de entretenimento “Gato Fedorento esmiúça os sufrágios” (do mesmo canal). Admita que 6,8% dos portugueses viram ambos os programas.

1.1. Escolhido um tele-espectador ao acaso, qual foi a probabilidade de ele:

1.1.1. Não ter visto nenhum desses programas da SIC?

1.1.2. Ter visto o programa dos Gato Fedorento sabendo que **não** viu o ‘Jornal Nacional’?
 Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às décimas.

1.2. Considere o seguinte problema:

Dados 1000 tele-espectadores escolhidos ao acaso, qual é a probabilidade de haver dois deles que tenham visto o programa dos Gato Fedorento?

Uma resposta correcta para este problema é $\frac{9591}{1000C_2}$

Numa pequena composição, explique a resposta anterior, incluindo nela uma referência à Regra de Laplace, uma explicação do número de casos possíveis e uma explicação do número de casos favoráveis.

2. O Ernesto quer ir à praia amanhã. Ele sabe que a probabilidade de estar bom tempo amanhã é igual a 60% e, se isso acontecer, a probabilidade de o Ernesto ir à praia é igual a 90%. Se não estiver bom tempo amanhã, a probabilidade de o Ernesto ir à praia é igual a 30%.

- 2.1. Qual é a probabilidade de estar bom tempo amanhã e o Ernesto não ir à praia?
- 2.2. Qual é a probabilidade de estar bom tempo amanhã **se** o Ernesto for à praia? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

3.

3.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos de Ω ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), ambos com probabilidade não nula. Prove que

$$P(A \cap B) = P(A) - P(\bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

3.2. Tendo por base as últimas eleições legislativas, foram eleitos, para a Assembleia da República, deputados representantes de cinco partidos, sendo o PS o partido da maioria. Sabe-se que:

- 73% dos deputados são homens;
- 42% dos deputados são do PS;
- 15% dos deputados são mulheres que pertencem aos quatro partidos da oposição.

Escolhe-se, ao acaso, um deputado da Assembleia da República. Qual é a probabilidade de ele:

- 3.2.1. Ser uma mulher ou ser um deputado de um partido da oposição?
- 3.2.2. Ser um homem do PS?

Nota:

Se o desejar, utilize a igualdade referida em 3.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
Grupo II (150 pontos)	1.....50 1.1.....16 1.1.2.....18 1.2.....16	2.....41 2.1.....17 2.2.....24
		3.....59 3.1.....22 3.2.1.....17 3.2.2.....20