



1.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

1.º Período

24/10/06

Duração: 90 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação:

		,	
--	--	---	--

O professor: _____

Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Simulou-se, **dez mil** vezes, o lançamento de um dado icosaédrico (não viciado) com as faces numeradas de 1 a 20, tendo saído um divisor de 20 um certo número de vezes. É de esperar que esse número esteja próximo de:

(A) 4 875**(B)** 4 105**(C)** 2 985**(D)** 2 005

2. Um saco contém três bolas azuis inscritas com as letras A, B e C e algumas bolas verdes, também inscritas com algumas letras. Vai ser retirada uma bola ao acaso do saco.

- 2.1. Suponha que há duas bolas verdes inscritas com as letras D e E e considere os seguintes acontecimentos:

X – «a bola é azul»;

Y – «a bola tem inscrita uma letra consoante».

Qual é a probabilidade do acontecimento $X \cap \bar{Y}$?

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{3}{5}$ **(C)** $\frac{2}{5}$ **(D)** $\frac{1}{5}$

- 2.2. Suponha agora que há um total de 3 vogais inscritas nas bolas e suponha ainda que a bola retirada é verde. Sabendo que a probabilidade de ela ter inscrito uma vogal é igual a $\frac{1}{3}$, qual é o número de bolas verdes existentes no saco?

(A) 7**(B)** 6**(C)** 5**(D)** 4

3. “Ela vivia com os dois filhos mais novos e uma sucessão de amigos masculinos numa caravana suja sem ar condicionado.”

O SÓCIO, John Grisham

Considere a sucessão decrescente definida por $a_n = \frac{10}{n} - 2$.

No gráfico desta sucessão, considere os pontos cujas ordenadas são os termos **positivos** de (a_n) .

Ao escolher, ao acaso, três desses pontos, qual é a probabilidade de obtermos um triângulo que contenha o ponto de ordenada a_1 ?

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis e **compatíveis**. Sabe-se que $P(A) = 0,3$ e $P(A \cup B) = 1$.

Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(\overline{B})$?

- (A) 0,1 (B) 0,3 (C) 0,5 (D) 0,7

5. “Não havia vento e a avaliar pelo aspecto do céu havia poucas probabilidades de vento na manhã seguinte.”

O AVIADOR, Ernest K. Gann

Considere os acontecimentos A e H :

A – «amanhã vai haver vento»;

H – «hoje vai haver vento».

Sabe-se que $P(A|H) = 0,2$ e que $P(A \cap H) = 0,05$. Qual, das afirmações seguintes, é a verdadeira?

- (A) A probabilidade de haver vento amanhã é igual a 50%
(B) A probabilidade de haver vento hoje é igual a 50%
(C) A probabilidade de haver vento amanhã é igual a 25%
(D) A probabilidade de haver vento hoje é igual a 25%

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Suponha que, numa sondagem a 600 pessoas numa certa vila, constatou-se que 250 delas vêem habitualmente a RTP, 422 a TVI e há 90 que não vêem nenhum desses canais.

- 1.1. Escolhe-se, ao acaso, uma pessoa da vila.

Qual é a probabilidade de ele ver habitualmente **só** a RTP?

- 1.2. Segundo a mesma sondagem, foi possível concluir que uma pessoa em cada 20 via a RTP e o canal “a Dois”, 18 pessoas viam apenas “a Dois” mas ninguém via a TVI e “a Dois”.

Escolhido um sondado ao acaso, qual é a probabilidade de ele ver habitualmente a TVI ou “a Dois”?

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondada às unidades.

2. 2.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de Ω ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) e tal que $P(B | A) > 0$. Prove que

$$P(A) = \frac{1 - P(\bar{A} \cup \bar{B})}{P(B|A)}$$

- 2.2. Sobre os presentes num bar na localidade alemã de Marienfeld durante o último Campeonato do Mundo de Futebol, foi possível concluir o seguinte:

- de entre os adeptos de futebol, 2 em cada 5 eram portugueses;
- 64% dos presentes ou não eram adeptos de futebol ou não eram portugueses.

Suponha que se escolheu, ao acaso, um dos presentes do bar.

2.2.1. Qual foi a probabilidade de ele não ter sido português se era um adepto de futebol?

2.2.2. Qual foi a probabilidade de ele ter sido um adepto de futebol português?

2.2.3. Justifique que, em cada dez pessoas, havia nove adeptos de futebol.

Nota: se o desejar, pode utilizar a igualdade da alínea 2.1 (nesse caso, comece por identificar claramente, no contexto do problema, os acontecimentos A e B)

2.2.4. Sabe-se que 3% das pessoas presentes no dito bar eram portugueses não adeptos de futebol. Supondo que a pessoa escolhida ao acaso foi um não adepto de futebol, qual foi a probabilidade de ele ter sido um português?

3. Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: espadas e paus (cartas “pretas”) e copas e ouros (cartas “vermelhas”). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez). De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas.

3.1. No âmbito desta experiência, dê um exemplo de dois acontecimentos que sejam possíveis (mas nenhum certo), distintos e compatíveis.

3.2. Determine a probabilidade de **pelo menos** uma das cartas extraídas ser do naipe copas. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

3.3. Considere os seguintes acontecimentos:

A : «a primeira carta é um Ás “preto”»;

B : «a segunda carta é “vermelha”»;

C : «a segunda carta é uma Dama».

Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((B \cup C) | A)$ e, numa pequena composição, justifique a sua resposta.

Nota: comece por indicar o significado de $P((B \cup C) | A)$, no contexto da situação descrita.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	--------------------------	---

Grupo II (146 pontos)	1.....34	2.....66	3.....46
	1.1.....17	2.1.....14	3.1.....14
	1.2.....17	2.2.1.....10	3.2.....16
		2.2.2.....14	3.3.....16
		2.2.3.....14	
	2.2.4.....14		