



[www.esffranco.edu.pt](http://www.esffranco.edu.pt)  
(2022/2023)

## 3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 19

2.º Período

06/02/2023

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:

O professor: \_\_\_\_\_

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. De uma sucessão  $(u_n)$ , sabe-se que  $u_n \geq -8 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ .

Qual é a proposição verdadeira?

- (A)  $-8$  é o menor dos minorantes de  $(u_n)$ .
- (B)  $-8$  é o maior dos minorantes de  $(u_n)$ .
- (C) O conjunto dos majorantes de  $(u_n)$  é  $[-8, +\infty[$ .
- (D) O conjunto dos minorantes de  $(u_n)$  é  $] -\infty, 8]$ .

2. Seja  $(a_n)$  a sucessão definida por  $a_n = \frac{5n}{2n+3}$ .

2.1. Qual é o valor de  $a_{18} + a_{21}$ ?

(A) 4,64

(B) 5,01

(C)  $\frac{29}{625}$

(D)  $\frac{181}{39}$

2.2. Verifica se  $\frac{47}{20}$  é um termo de  $(a_n)$  e, em caso afirmativo, indica a sua ordem.

2.3. Estuda a sucessão  $(a_n)$  quanto à monotonia.

2.4. Calcula o primeiro termo da sucessão  $(a_n)$  superior a 2,49. Apresenta o resultado com sete casas decimais.



3. Considera a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 4 \operatorname{sen} x$ .

3.1. Calcula  $f(\alpha)$ , sabendo que  $\cos \alpha = \frac{1}{6} \wedge \alpha \in [\pi, 2\pi]$ .

3.2. Considera agora a função  $g$ , de domínio  $[0, 4]$ , definida por  $g(x) = -\frac{3}{5}x + 4$ .

Recorrendo à calculadora gráfica, determina a área do triângulo  $[ABC]$ , onde se sabe que:

- $A$  e  $B$  são os pontos de interseção entre os gráficos de  $f$  e  $g$ , sendo  $A$  com a abcissa menor;
- $C$  é o ponto do eixo  $Ox$  de abcissa igual à de  $A$ .

Na tua resposta, debes:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- esboçar o triângulo  $[ABC]$ ;
- indicar as coordenadas dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , sempre que possível, com duas casas decimais;
- determinar o valor pedido, arredondado às centésimas.

4. Considera, no referencial o.n.  $xOy$  da figura:

- a circunferência de centro  $C$  e diâmetro  $[AB]$ , com  $A(-2,5)$  e  $B(-6,-3)$ ;
- a reta  $t$ , tangente à circunferência no ponto  $A$ ;
- o ponto  $D$ , pertencente à circunferência, de tal modo que a área da zona sombreada é  $\frac{10\pi}{3}$ .

4.1. Mostra que  $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 20$  é uma equação cartesiana da circunferência.

4.2. Determina o valor do produto escalar  $\vec{BC} \cdot \vec{CD}$  (recorda que a área de um setor circular é dada por  $\frac{\alpha r^2}{2}$ , sendo  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo ao centro e  $r$  o raio).

4.3. Seja  $\beta$  a inclinação da reta  $t$ .

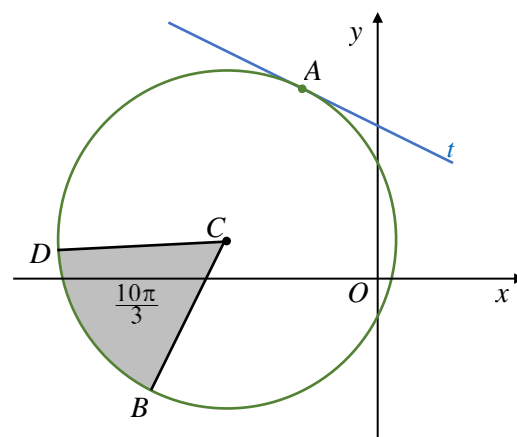
Qual é o valor de  $\beta$  (arredondado à décima do grau)?

(A)  $153,4^\circ$

(B)  $145,3^\circ$

(C)  $-26,6^\circ$

(D)  $-18,8^\circ$



5. Considera, num referencial o.n.  $Oxyz$ , as retas  $r$  e  $s$  tais que:

$$r: (x, y, z) = (0, 5, 0) + k(1, 2, 3), k \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad s: (x, y, z) = (0, 5, 0) + k(0, 2, 6), k \in \mathbb{R}.$$

Qual das equações a seguir é a de um plano que contém as retas  $r$  e  $s$ ?

(A)  $3y - 2z + 10 = 0$

(B)  $3x - 3y + z - 10 = 0$

(C)  $3y - 2z - 15 = 0$

(D)  $3x - 3y + z + 15 = 0$



6. Considera, no referencial o.n.  $Oxyz$  da figura, o prisma triangular reto  $[ABCDEF]$ .

Sabe-se que:

- as bases  $[ABC]$  e  $[DEF]$  são paralelas ao plano  $xOy$  ;
- o vértice  $A$  pertence ao eixo  $Oy$  e tem ordenada  $-3$ ;
- o vértice  $B$  pertence ao eixo  $Ox$  e tem abcissa 4;
- o vértice  $C$  é simétrico ao vértice  $A$  em relação ao plano  $xOz$  ;
- o vetor  $\overrightarrow{AF}$  tem coordenadas  $(0,6,5)$ .

6.1. Seja  $P$  um ponto pertencente ao segmento  $[AD]$ .

Sabendo que  $\overrightarrow{AF} \perp \overrightarrow{BP}$ , qual é cota do ponto  $P$  ?

- (A)  $\frac{23}{6}$                       (B)  $\frac{18}{5}$   
 (C)  $-\frac{5}{6}$                       (D)  $\frac{26}{5}$

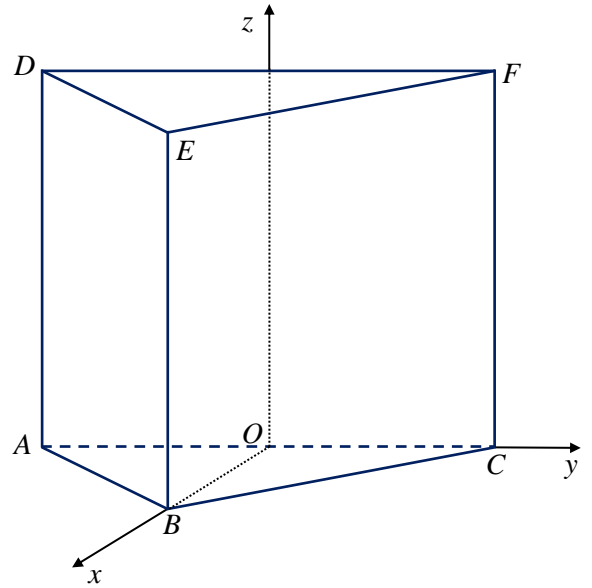
6.2. Sabe-se que  $(x, y, z) = (-1, 3, 0) + k(15, 20, 24), k \in \mathbb{R}$  é a equação de uma reta  $r$ , perpendicular ao plano  $BCD$ .

Determina, na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , uma equação de  $BCD$ .

6.3. Dado o ponto  $Q(-2,4,4)$ , determina a amplitude do ângulo  $AFQ$ .

Apresenta o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.



7. Considera, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o ponto  $P(8,-3,-1)$  e o plano  $\delta$  definido pela equação  $x - 2y + 11 = 0$ .

Sabe-se que  $\delta$  é o plano mediador do segmento de reta  $[PQ]$ .

Seja  $M$  o ponto médio do segmento de reta  $[PQ]$ .

Determina  $\overline{PM}$ .

FIM



COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	4.3.	5.	6.1.	6.2.	6.3.	7.	200
8	8	13	18	18	18	13	13	18	8	8	8	13	18	18	