

Novo Espaço – Matemática 9.º ano

Proposta de Teste [março - 2018]

Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____



Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (π): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

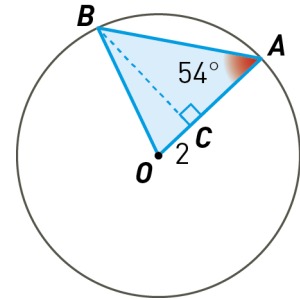
Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2708
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1445
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

4. Na figura está representada uma circunferência de centro O e raio r .

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- $\widehat{BAO} = 54^\circ$
- \overline{BC} é a altura do triângulo $[OAB]$ em relação ao lado $[AO]$.



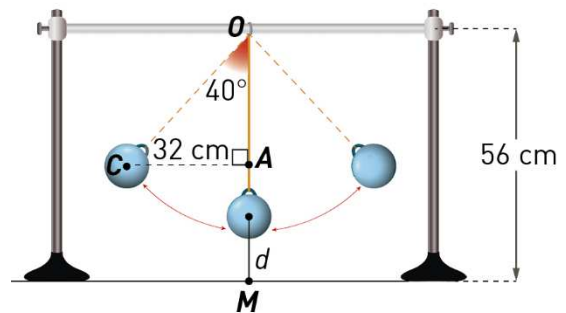
4.1. O triângulo $[OAB]$ é isósceles, mas não é equilátero. Justifica.

4.2. Determina o valor, arredondado às centésimas, da área do triângulo $[AOB]$.

5. Na figura está representado um pêndulo.

Sabe-se:

- C é o centro de massa da esfera;
- $\widehat{COA} = 40^\circ$
- $\overline{CA} = 32$ cm
- $\overline{OM} = 56$ cm



Seja d a distância mínima do centro de massa da esfera ao ponto M .

Determina d , apresentando o resultado arredondado às décimas.

FIM (Caderno 1)

Item						
Cotações (em pontos)						
1.	2.	3.	4.1	4.2	5.	Total
8	6	5	6	10	10	45

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

1. Considera os conjuntos $A = \left[\frac{9}{2}, +\infty \right[$ e $B = \left\{ x \in \mathbb{R} : x - 2 \left(\frac{x}{3} + 1 \right) < \frac{x}{6} \right\}$.

1.1. A soma dos números naturais que **não** pertencem ao conjunto A é igual a:

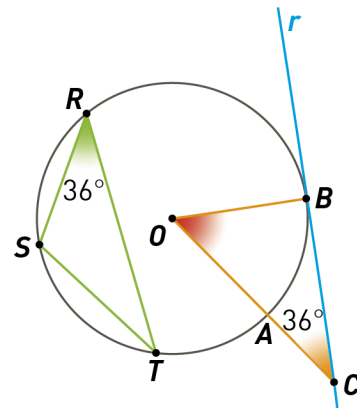
(A) 4 (B) 7 (C) 12 (D) 10

1.2. Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto $A \cap B$.

2. Na figura está representada uma circunferência de centro O .

Sabe-se que:

- os pontos A, B, R, S e T pertencem à circunferência;
- a reta r é tangente à circunferência;
- $\widehat{SRT} = \widehat{BCO} = 36^\circ$



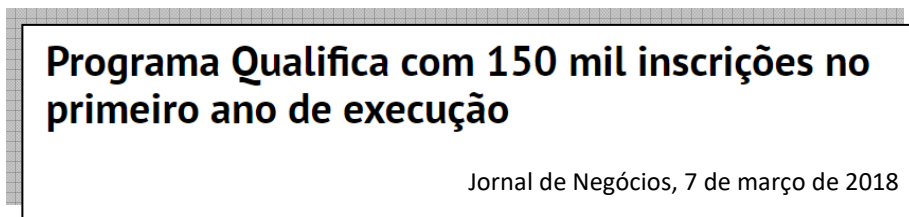
2.1. O segmento de reta $[ST]$ pode ser o lado de um polígono regular inscrito na circunferência? Justifica a resposta.

2.2. Existe uma rotação de centro O que transforma o ponto A no ponto B . Determina a amplitude dessa rotação.

3. Escreve o número $3^5 \times 9^{-6} \times 6^7$ na forma de potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. A seguir apresenta-se um recorte de jornal.

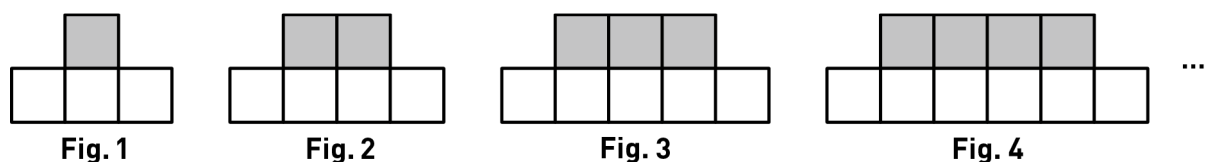


Nota: *Programa Qualifica* é um programa destinado à educação e formação de adultos.

Admite que o número de inscrições, por ano, se mantém.
O número total de inscrições até 2020 (em quatro anos) é:

- (A) $1,5 \times 10^6$ (B) 6×10^5 (C) $4,5 \times 10^5$ (D) 6×10^6

5. A seguir estão representadas as quatro primeiras figuras de uma sequência.



Admite que a lei de formação sugerida se mantém para as restantes figuras.

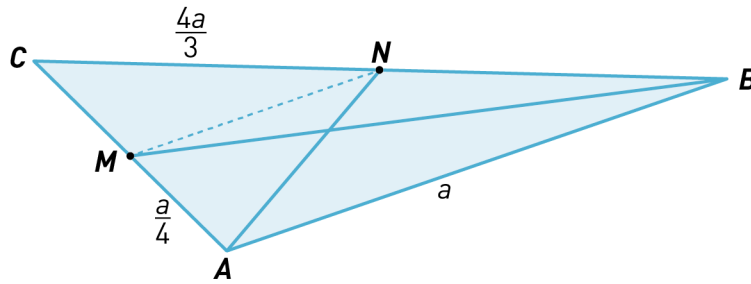
Cada figura da sequência é constituída por quadrados geometricamente iguais, sendo uns cinzentos e outros brancos.

Sabe-se que que o número total de quadrados para formar as n primeiras figuras é dado pela expressão $n^2 + 3n$.

5.1. Determina o número total de quadrados que há nas 10 primeiras figuras da sequência.

5.2. A Rita continuou a acrescentar figuras à sequência. Na última figura utilizou 20 quadrados cinzentos. Determina o número total de quadrados que a Rita utilizou.
Explica como obtiveste a tua resposta.

6. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- $[AN]$ e $[BM]$ são medianas do triângulo $[ABC]$;
- $\overline{AB} = a$
- $\overline{AM} = \frac{a}{4}$
- $\overline{CN} = \frac{4a}{3}$

Determina o valor de a , sabendo que o perímetro do quadrilátero $[ABNM]$ é 37.

FIM (Caderno 2)

Item									
Cotações (em pontos)									
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	Total
5	8	6	6	8	5	5	6	6	55

Novo Espaço – Matemática 9.º ano

Proposta de Resolução [março - 2018]



Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

1. $\overline{BC} = \frac{32}{4} = 8$

$$\overline{BC} + \overline{BE} + \overline{CE} = 28 \Leftrightarrow 8 + 2\overline{BE} = 28 \Leftrightarrow \overline{BE} = 10$$

Seja a a altura do triângulo $[BCE]$ em relação à base $[BC]$.

Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$a^2 + 4^2 = 10^2 \Leftrightarrow a^2 = 84.$$

Daqui resulta que $a = \sqrt{84}$.

Seja h a altura da pirâmide.

Recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$h^2 + 4^2 = (\sqrt{84})^2 \Leftrightarrow h^2 = 84 - 16 \Leftrightarrow h^2 = 68$$

Daqui resulta que $h = \sqrt{68}$.

Seja V o volume da pirâmide:

$$V = \frac{1}{3} \times (8 \times 8) \times \sqrt{68}$$

$$V \approx 175,92$$

Resposta: O volume da pirâmide é $175,92 \text{ cm}^3$.

2. $52 \text{ kg} = 52\,000 \text{ g}$

$$\frac{52\,000}{150} = \frac{100}{x}$$

Daqui resulta que: $x = \frac{150 \times 100}{52\,000}$

$$x \approx 0,288.$$

Na classificação apresentada no cartaz, o pão é considerado saudável.

Resposta: O pão é saudável.

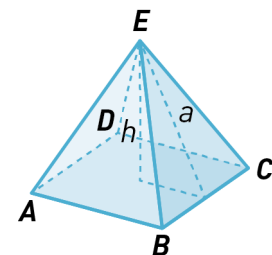
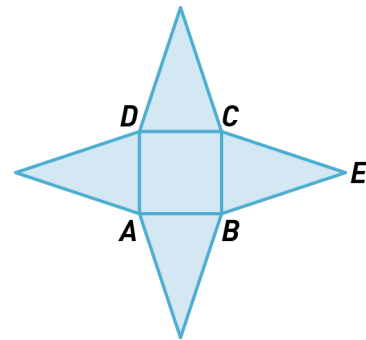
3. Se $\overline{AB} = x$, então $x^2 + x^2 = 5^2$.

$$x^2 + x^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 = 12,5$$

$$x = \sqrt{12,5} \approx 3,5355$$

Como $\sqrt{12} \approx 3,464$ e $\sqrt{13} \approx 3,606$, conclui-se que $\sqrt{12} < x < \sqrt{13}$.

Resposta: Opção (C) 12

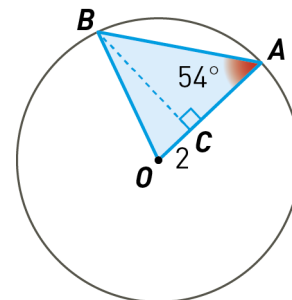


4.

4.1. $\overline{OA} = \overline{OB}$ (raio da circunferência).

O triângulo tem dois lados iguais, então é isósceles.

O triângulo não é equilátero, porque num triângulo equilátero os ângulos internos são iguais e têm 60° de amplitude.



4.2. $\widehat{BAO} = \widehat{OBA} = 54^\circ$ (a lados iguais opõem-se ângulos iguais)

Como $180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 72^\circ$, tem-se $\widehat{AOB} = 72^\circ$.

$$\tan(72^\circ) = \frac{\overline{BC}}{2} \Leftrightarrow \overline{BC} = 2 \tan(72^\circ)$$

$$\cos(72^\circ) = \frac{2}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \overline{OB} = \frac{2}{\cos(72^\circ)}$$

Área do triângulo $[AOB]$ é dada por: $\frac{\overline{OA} \times \overline{BC}}{2}$

$$\frac{\overline{OA} \times \overline{CB}}{2} = \frac{\overline{OB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{\frac{2}{\cos(72^\circ)} \times 2 \tan(72^\circ)}{2} \approx 19,92$$

Resposta: 19,92 u.a.

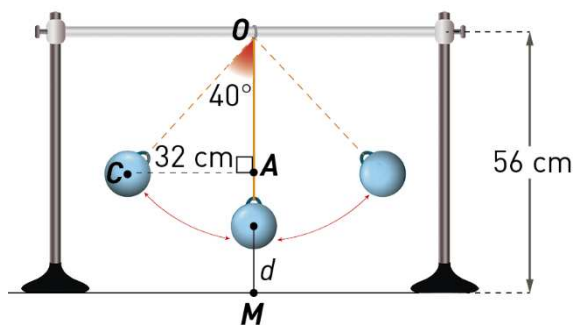
5. $\sin(40^\circ) = \frac{32}{\overline{OC}}$.

Daqui resulta que $\overline{OC} = \frac{32}{\sin(40^\circ)}$.

Assim, $d = 56 - \frac{32}{\sin(40^\circ)}$.

Daqui resulta que: $d \approx 6,2$

Resposta: $d \approx 6,2$ cm



FIM (Caderno 1)

Item						
Cotações (em pontos)						
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.	Total
8	6	5	6	10	10	45

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

1.

1.1. Os números naturais não pertencentes ao conjunto A são: 1, 2, 3 e 4.

Como $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, a opção correta é a (D).

Resposta: Opção (D) 10

$$1.2. x - 2\left(\frac{x}{3} + 1\right) < \frac{x}{6} \Leftrightarrow x - \frac{2x}{3} - 2 < \frac{x}{6} \Leftrightarrow 6x - 4x - 12 < x$$

$$\Leftrightarrow x < 12$$

$$B =]-\infty, 12[$$

$$\text{Assim, } A \cap B = \left[\frac{9}{2}, +\infty[\cap]-\infty, 12[= \left[\frac{9}{2}, 12[.$$

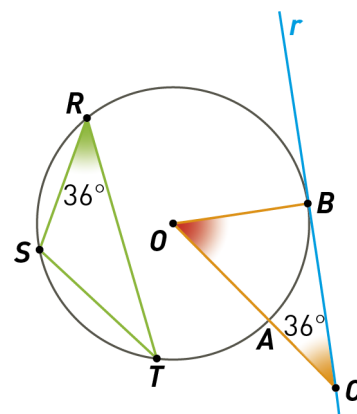
$$\text{Resposta: } A \cap B = \left[\frac{9}{2}, 12[$$

2.

$$2.1. \widehat{ST} = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$$360 : 72 = 5$$

Resposta: $[ST]$ pode ser o lado de um pentágono regular inscrito na circunferência.



2.2. O triângulo $[CBO]$ é retângulo em B .

$$180^\circ - (36^\circ + 90^\circ) = 54^\circ.$$

$$\widehat{AOB} = 54^\circ$$

Resposta: A amplitude da rotação é 54° .

$$3. 3^5 \times 9^{-6} \times 6^7 = 3^5 \times (3^2)^{-6} \times 6^7 = 3^5 \times 3^{-12} \times 6^7 = 3^{-7} \times 6^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^7 \times 6^7 = \left(\frac{6}{3}\right)^7 = 2^7$$

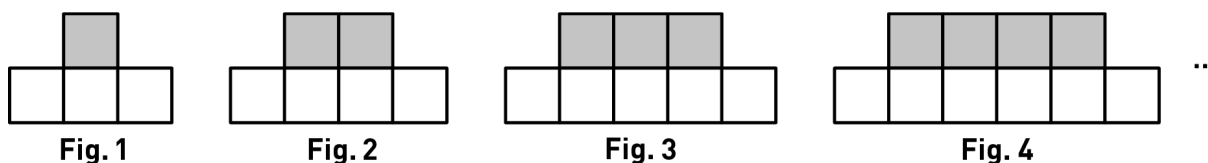
Resposta: 2^7

$$4. 150\,000 \times 4 = 600\,000$$

$$600\,000 = 6 \times 10^5$$

Resposta: Opção (B) 6×10^5

5.



$$5.1. 10^2 + 3 \times 10 = 130$$

Resposta: 130 quadrados

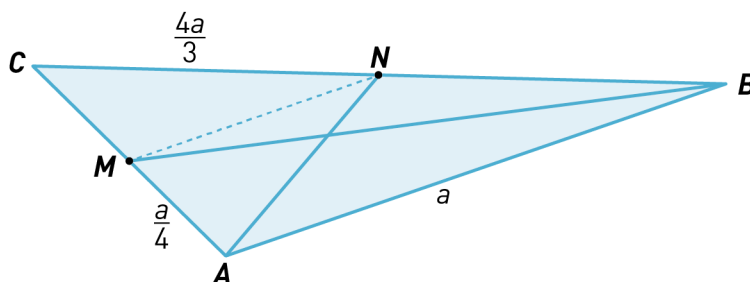
5.2. O número de quadrado cinzentos na figura de ordem n é igual a n .
O número de quadrado branco na figura de ordem n é igual a $n + 2$.

Se na última figura utilizou 20 quadrados cinzentos, então a sequência tem 20 figuras.

O número total de quadrados é $20^2 + 3 \times 20 = 400 + 60 = 460$

Resposta: A Rita utilizou 460 quadrados.

6.



$$\overline{CM} = \overline{MA} = \frac{a}{4} \text{ e } \overline{CN} = \overline{NB} = \frac{4a}{3}.$$

Existe uma homotetia que aplica o triângulo $[CMN]$ no triângulo $[CAB]$.

A razão dessa homotetia é 2.

(Os triângulos são semelhantes.)

Assim, $\overline{AB} = 2 \times \overline{MN}$, ou seja, $\overline{MN} = \frac{a}{2}$.

O perímetro do quadrilátero $[ABNM]$ é dado pela expressão: $\frac{a}{4} + a + \frac{4a}{3} + \frac{a}{2}$

$$\frac{a}{4} + a + \frac{4a}{3} + \frac{a}{2} = \frac{3a + 12a + 16a + 6a}{12} = \frac{37a}{12}$$

Se o perímetro é 37, tem-se: $\frac{37a}{12} = 37 \Leftrightarrow a = 12$

Resposta: $a = 12$

FIM (Caderno 2)

Item									
Cotações (em pontos)									
6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.	9.	10.1.	10.2.	11.	Total
5	8	6	6	8	5	5	6	6	55