

turma \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_

Classificação: | \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ |

Nome \_\_\_\_\_

O Prof.: \_\_\_\_\_

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleciona.
- Se apresentar mais do que uma alternativa ou uma letra ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Relativamente a um ângulo,  $\theta$  sabe-se que:

•  $\theta \in \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[ ;$

•  $2\cos^2\theta - 1 = \frac{7}{25} .$

Qual é o valor de  $\operatorname{tg} \theta - \operatorname{sen} \theta$  ?

(A)  $\frac{3}{20}$

(B)  $\frac{27}{20}$

(C)  $-\frac{3}{20}$

(D)  $-\frac{27}{20}$

2. Fixado um referencial ortonormado do espaço  $Oxyz$ , considere a reta  $r$  e o plano  $\alpha$  definido por:

•  $r : (x, y, z) = (-4, 2, 1) + \lambda(4, -2, 1) , \lambda \in \mathbb{R} ;$

•  $\alpha : 2x - y + 2kz = 0 , k \in \mathbb{R} \setminus \{0\} .$

Sabe-se que a reta  $r$  é paralela ao plano  $\alpha$ .

Qual é o valor de  $k$  ?

(A)  $-5$

(B)  $5$

(C)  $\frac{1}{4}$

(D)  $-\frac{1}{4}$

3. Considere as seguintes afirmações:

**I** - Uma sucessão não convergente não é uma sucessão limitada.

**II** - Uma sucessão que tende para  $-\infty$  pode não ser decrescente.

Podemos dizer que:

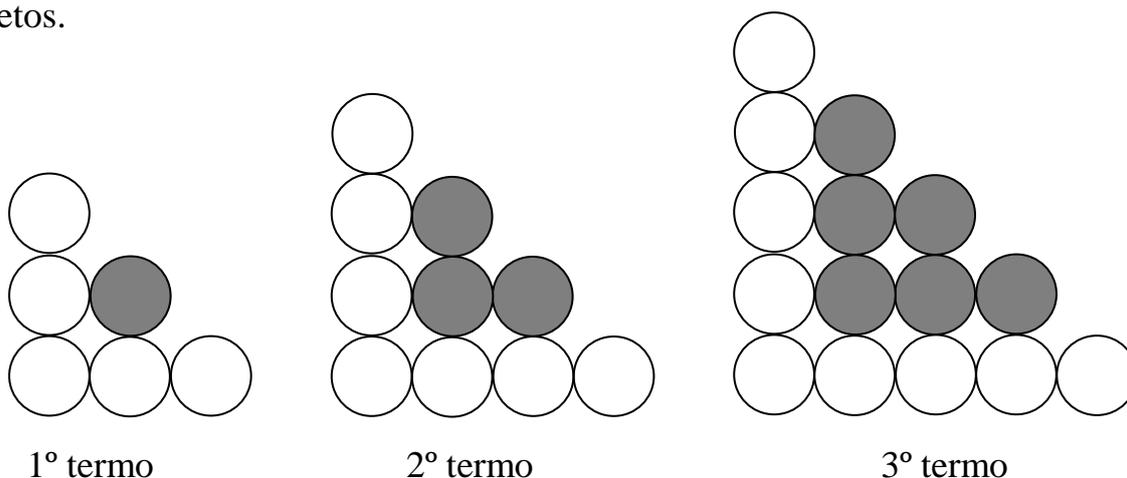
(A) **I** e **II** são verdadeiras.

(B) **I** e **II** são falsas.

(C) **I** é falsa e **II** é verdadeira.

(D) **I** é verdadeira e **II** é falsa.

4. Nas figuras seguintes estão representados os três primeiros termos das sucessões  $(b_n)$ , formada pelo número de círculos brancos em cada figura, e  $(p_n)$ , constituída pelo número de círculos pretos.



O valor de  $b_{99} + p_{99}$  é:

- (A) 4950      (B) 5050      (C) 5151      (D) 5253
5. De uma progressão geométrica  $(v_n)$  sabe-se que  $v_{12} + v_{13} = 0$  e que  $v_{1331} = 100$ . Então a soma dos 1331 primeiros termos da progressão geométrica  $(v_n)$  é igual a:
- (A)  $-100$       (B)  $100^{1331}$       (C) 133100      (D) 100

### GRUPO II

Nas questões deste grupo, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

6. Considere a sucessão  $(v_n)$  cujo termo geral é  $v_n = \frac{6n}{2-3n}$ .
- 6.1. Determine a ordem do termo da sucessão  $(v_n)$  que é igual a  $-\frac{51}{25}$ .
- 6.2. Estude e caracterize a sucessão  $(v_n)$  quanto à monotonia.
- 6.3. Mostre que  $(v_n)$  é uma sucessão limitada e indique o supremo e o ínfimo do conjunto dos seus termos.
- 6.4. Determine o termo de menor ordem que verifica a condição  $|v_n + 2| < 0,01$ .
- 6.5. Prove, utilizando a definição de limite, que  $v_n \rightarrow -2$ .

7. Considere a sucessão  $(a_n)$  de termo geral  $a_n = 10 - \frac{3n+1}{2}$ .

7.1. Mostre que  $(a_n)$  é uma progressão aritmética e indique a sua razão.

7.2. Defina  $(a_n)$  por recorrência.

7.3. O que pode concluir sobre a monotonia de  $(a_n)$ ? Justifique.

7.4. A sucessão  $(a_n)$  é limitada? Justifique.

7.5. Calcule  $a_{45} + a_{46} + \dots + a_{135}$ .

8. Seja  $(u_n)$  a sucessão definida por recorrência por:

$$\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1-u_n} \end{cases}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

8.1. Prove, utilizando o princípio de indução matemática, que a proposição

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 0$  é verdadeira.

8.2. Mostre que a sucessão  $(u_n)$  é monótona crescente.

Não utilize o princípio de indução matemática mas tenha em conta o resultado da alínea anterior.

8.3. Justifique que a sucessão  $(u_n)$  é limitada e convergente.

8.4. Determine os cinco primeiros termos da sucessão e formule uma conjectura acerca de uma expressão do termo geral de  $(u_n)$ .

8.5. Recorra ao princípio de indução matemática para confirmar a validade da conjectura que formulou na alínea anterior e indique o valor do limite.

**F I M**

**Bom Trabalho e Bom Aproveitamento!**

*"Só aqueles que têm paciência  
para fazer coisas simples com perfeição  
é que irão adquirir habilidade  
para fazer coisas difíceis com facilidade".*

*Johann Christoph Friedrich von Schiller  
(poeta, dramaturgo, filósofo e historiador alemão)*



<b><u>COTACÕES</u></b> ☺ ☺ ☺ <b>40 + 160 = 200</b>		
<b>Grupo I ( 40 pontos )</b>	<b>Grupo II ( 160 pontos )</b>	
	<b>6.1.</b> ..... 10	<b>7.3.</b> ..... 10
	<b>6.2.</b> ..... 10	<b>7.4.</b> ..... 10
Cada resposta certa ..... 8	<b>6.3.</b> ..... 10	<b>7.5.</b> ..... 10
Cada resposta errada ..... 0	<b>6.4.</b> ..... 10	
Cada resposta anulada ..... 0	<b>6.5.</b> ..... 10	<b>8.1.</b> ..... 12
Cada resposta não respondida ..... 0		<b>8.2.</b> ..... 12
	<b>7.1.</b> ..... 10	<b>8.3.</b> ..... 12
	<b>7.2.</b> ..... 10	<b>8.4.</b> ..... 12
		<b>8.5.</b> ..... 12