

turma _____ nº _____

Classificação: | _____ , _____ |

Nome _____

O Prof.: _____

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleciona.
- Se apresentar mais do que uma alternativa ou uma letra ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Relativamente a um ângulo, θ sabe-se que:

• $\theta \in \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[;$

• $2\cos^2\theta - 1 = \frac{7}{25} .$

Qual é o valor de $\operatorname{tg} \theta - \operatorname{sen} \theta$?

(A) $\frac{3}{20}$

(B) $\frac{27}{20}$

(C) $-\frac{3}{20}$

(D) $-\frac{27}{20}$

2. Fixado um referencial ortonormado do espaço $Oxyz$, considere a reta r e o plano α definido por:

• $r : (x, y, z) = (-4, 2, 1) + \lambda(4, -2, 1) , \lambda \in \mathbb{R} ;$

• $\alpha : 2x - y + 2kz = 0 , k \in \mathbb{R} \setminus \{0\} .$

Sabe-se que a reta r é paralela ao plano α .

Qual é o valor de k ?

(A) -5

(B) 5

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $-\frac{1}{4}$

3. Considere as seguintes afirmações:

I - Uma sucessão não convergente não é uma sucessão limitada.

II - Uma sucessão que tende para $-\infty$ pode não ser decrescente.

Podemos dizer que:

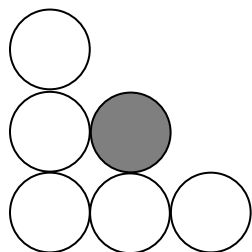
(A) **I** e **II** são verdadeiras.

(B) **I** e **II** são falsas.

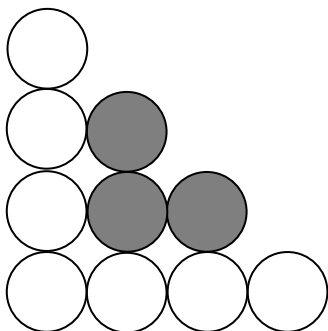
(C) **I** é falsa e **II** é verdadeira.

(D) **I** é verdadeira e **II** é falsa.

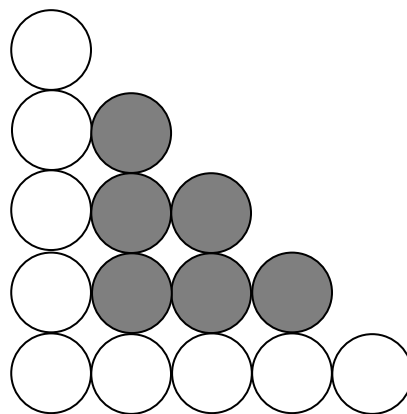
4. Nas figuras seguintes estão representados os três primeiros termos das sucessões (b_n) , formada pelo número de círculos brancos em cada figura, e (p_n) , constituída pelo número de círculos pretos.



1º termo



2º termo



3º termo

O valor de $b_{99} + p_{99}$ é:

- (A) 4950 (B) 5050 (C) 5151 (D) 5253
5. De uma progressão geométrica (v_n) sabe-se que $v_{12} + v_{13} = 0$ e que $v_{1331} = 100$. Então a soma dos 1331 primeiros termos da progressão geométrica (v_n) é igual a:
- (A) -100 (B) 100^{1331} (C) 133100 (D) 100

GRUPO II

Nas questões deste grupo, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando ***todos os cálculos*** que tiver de efetuar e ***todas as justificações*** necessárias.

6. Considere a sucessão (v_n) cujo termo geral é $v_n = \frac{6n}{2-3n}$.
- 6.1. Determine a ordem do termo da sucessão (v_n) que é igual a $-\frac{51}{25}$.
- 6.2. Estude e caracterize a sucessão (v_n) quanto à monotonia.
- 6.3. Mostre que (v_n) é uma sucessão limitada e indique o supremo e o ínfimo do conjunto dos seus termos.
- 6.4. Determine o termo de menor ordem que verifica a condição $|v_n + 2| < 0,01$.
- 6.5. Prove, utilizando a definição de limite, que $v_n \rightarrow -2$.

7. Considere a sucessão (a_n) de termo geral $a_n = 10 - \frac{3n+1}{2}$.

7.1. Mostre que (a_n) é uma progressão aritmética e indique a sua razão.

7.2. Defina (a_n) por recorrência.

7.3. O que pode concluir sobre a monotonia de (a_n) ? Justifique.

7.4. A sucessão (a_n) é limitada? Justifique.

7.5. Calcule $a_{45} + a_{46} + \dots + a_{135}$.

8. Seja (u_n) a sucessão definida por recorrência por:

$$\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1-u_n} \end{cases}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

8.1. Prove, utilizando o princípio de indução matemática, que a proposição

$\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n < 0$ é verdadeira.

8.2. Mostre que a sucessão (u_n) é monótona crescente.

Não utilize o princípio de indução matemática mas tenha em conta o resultado da alínea anterior.

8.3. Justifique que a sucessão (u_n) é limitada e convergente.

8.4. Determine os cinco primeiros termos da sucessão e formule uma conjectura acerca de uma expressão do termo geral de (u_n) .

8.5. Recorra ao princípio de indução matemática para confirmar a validade da conjectura que formulou na alínea anterior e indique o valor do limite.

F I M

Bom Trabalho e Bom Aproveitamento!

*"Só aqueles que têm paciência
para fazer coisas simples com perfeição
é que irão adquirir habilidade
para fazer coisas difíceis com facilidade".*

*Johann Christoph Friedrich von Schiller
(poeta, dramaturgo, filósofo e historiador alemão)*



<u>COTACÕES</u> ☺ ☺ ☺ 40 + 160 = 200		
Grupo I (40 pontos)	Grupo II (160 pontos)	
	6.1. 10	7.3. 10
	6.2. 10	7.4. 10
Cada resposta certa 8	6.3. 10	7.5. 10
Cada resposta errada 0	6.4. 10	
Cada resposta anulada 0	6.5. 10	8.1. 12
Cada resposta não respondida 0		8.2. 12
	7.1. 10	8.3. 12
	7.2. 10	8.4. 12
		8.5. 12