

**INVESTIMENTOS**  
**Licenciatura em Finanças e Contabilidade**  
**Teste Intermédio 2008/09**

12/11/08

Duração: 2.0 horas

**CASO 1**

- a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “O valor de uma obrigação pura (*Pure Bond*) a taxa variável mas com reembolso em vários períodos (não *bullet*) não é necessariamente igual ao par no início de um período de cupão”.

Afirmação falsa.

Desde que se trate de uma obrigação *pura* a taxa variável, o seu valor no início de cada período de cupão é sempre igual ao par independentemente do seu esquema de reembolso.

Com efeito, existindo reembolso periódico então a FRN pode ser decomposta em tantas obrigações puras a taxa variável quantas as tranches de reembolso de capital. Por seu turno, o valor de cada obrigação será igual ao valor dessa mesma tranche de capital. Finalmente, a soma das diversas tranches de capital corresponde ao valor nominal da obrigação original.

- b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “Uma obrigação com uma cláusula de resgate antecipado é sempre mais cara do que uma obrigação clássica”.

Afirmação falsa. A cláusula de resgate antecipado pode favorecer o emitente (call option sobre a obrigação) ou o obrigacionista (put option sobre a obrigação). Existindo uma call option, o comprador terá de ser compensado via compra da obrigação a um preço mais baixo.

- c) Demonstre que a convexidade de uma carteira de obrigações é igual à média ponderada das convexidades das obrigações componentes.

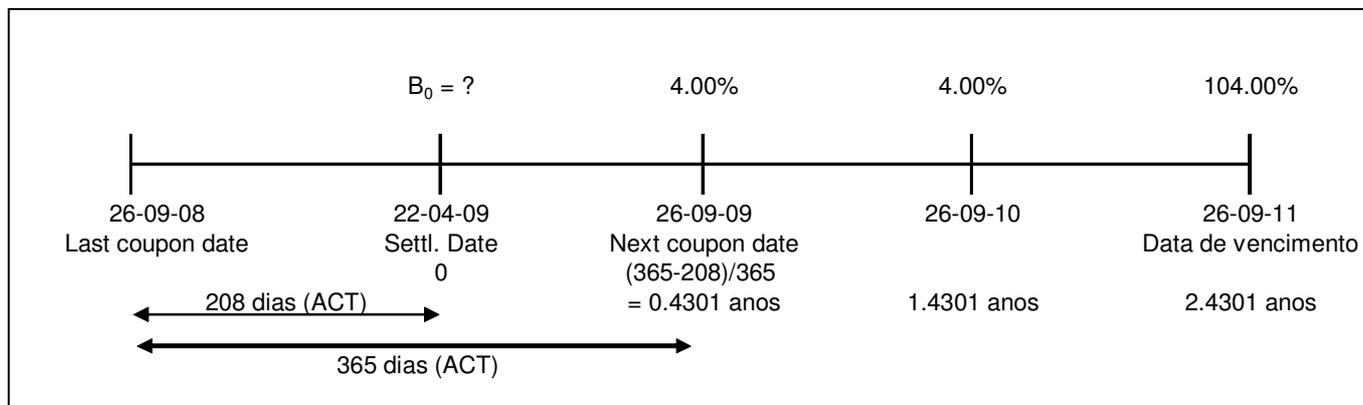
$$\begin{aligned}
CFW^c &= \frac{\sum_{k=1}^n t_k (t_k + 1) \frac{CF_k^c}{[1 + r(0, t_k)]^{t_k}}}{B_0^c} \\
&= \frac{\sum_{k=1}^n t_k (t_k + 1) \frac{\sum_{j=1}^p CF_k^j}{[1 + r(0, t_k)]^{t_k}}}{B_0^c} \\
&= \sum_{j=1}^p \frac{\sum_{k=1}^n t_k (t_k + 1) \frac{CF_k^j}{[1 + r(0, t_k)]^{t_k}}}{B_0^c} \\
&= \sum_{j=1}^p \frac{\sum_{k=1}^n t_k (t_k + 1) \frac{CF_k^j}{[1 + r(0, t_k)]^{t_k}}}{B_0^j} \times \frac{B_0^j}{B_0^c} \\
&= \sum_{j=1}^p CFW^j \times w_j.
\end{aligned}$$

## CASO 2

a)

Settlement date = 17/04/09 + 5 dias de calendário = 22/04/09.

Pretende-se avaliar uma obrigação com os seguintes *cash flows* vencidos:



Portanto,

$$B_0 = \frac{4\%}{[1 + r(0;0.4301)]^{0.4301}} + \frac{4\%}{[1 + r(0;1.4301)]^{1.4301}} + \frac{104\%}{[1 + r(0;2.4301)]^{2.4301}}.$$

A taxa spot a 0.4301 anos pode ser obtida via extrapolação linear:

$$r(0,0.4301) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.4301 - 1}{2 - 1} \cong 1.215\%.$$

As taxa spot a 1.4301 e 2.4301 anos podem ser obtidas via interpolação linear:

$$r(0,1.4301) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{1.4301 - 1}{2 - 1} \cong 1.715\%;$$

$$r(0,2.4301) \approx 2\% + (3\% - 2\%) \times \frac{2.4301 - 2}{3 - 2} \cong 2.43\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{4\%}{[1 + 1.215\%]^{0.4301}} + \frac{4\%}{[1 + 1.715\%]^{1.4301}} + \frac{104\%}{[1 + 2.43\%]^{2.4301}} \cong 105.99\%.$$

b)

Considerando a *yield bid*,

$$VT_0^{bid} = \frac{4\%}{[1 + 2.401\%]^{0.4301}} + \frac{4\%}{[1 + 2.401\%]^{1.4301}} + \frac{104\%}{[1 + 2.401\%]^{2.4301}} \cong 106\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{bid} > B_0 \Rightarrow \text{Vender.}$$

Considerando a *yield offer*,

$$VT_0^{ask} = \frac{4\%}{[1 + 2.359\%]^{0.4301}} + \frac{4\%}{[1 + 2.359\%]^{1.4301}} + \frac{104\%}{[1 + 2.359\%]^{2.4301}} \cong 106.10\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{ask} > B_0 \Rightarrow \text{Não comprar.}$$

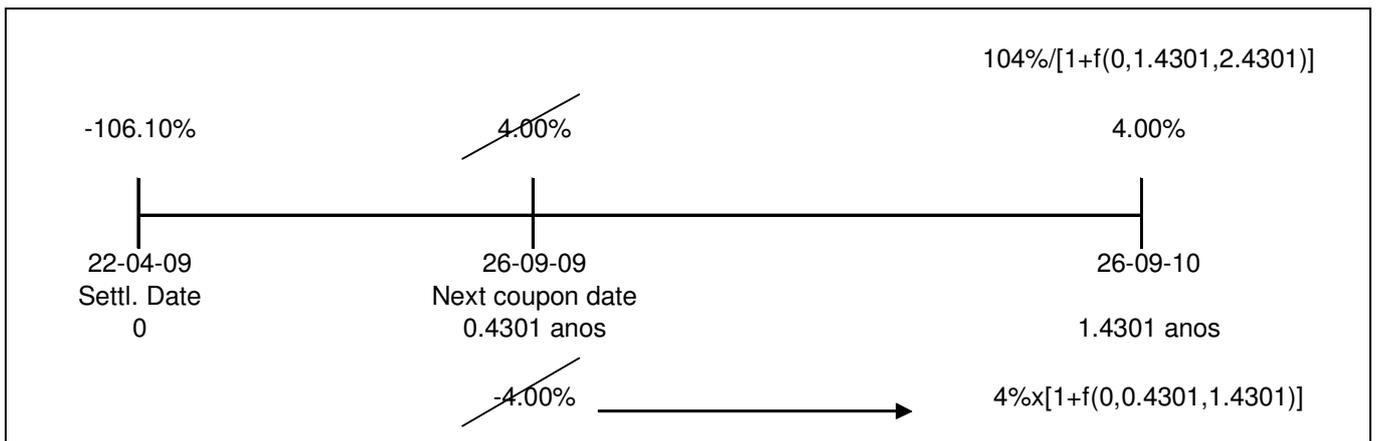
c)

$$f(0,0.4301,2.4301): (1 + 2.43\%)^{2.4301} = (1 + 1.215\%)^{0.4301} \times [1 + f(0,0.4301,2.4301)]^2$$

$$\Rightarrow f(0,0.4301,2.4301) \cong 2.693\% > r(0,2) = 2\%.$$

Consequentemente, o mercado antecipa uma subida da taxa a 2 anos.

d)



Cálculo das taxas *forward*:

$$(1 + 1.715\%)^{1.4301} = (1 + 1.215\%)^{0.4301} \times [1 + f(0,0.4301,1.4301)]^1$$

$$\Rightarrow f(0,0.4301,1.4301) \cong 1.931\%;$$

$$(1 + 2.43\%)^{2.4301} = (1 + 1.715\%)^{1.4301} \times [1 + f(0,1.4301,2.4301)]^1$$

$$\Rightarrow f(0,1.4301,2.4301) \cong 3.462\%;$$

Portanto,

$$106.10\% \times (1 + TRR)^{1.4301} = 4\% \times (1 + 1.931\%)^1 + 4\% + \frac{104\%}{1 + 3.462\%}$$

$$\Leftrightarrow TRR \cong 1.64\%.$$

e)

$$DFW = \frac{0.4301 \times \frac{4\%}{[1+1.215\%]^{0.4301}} + 1.4301 \times \frac{4\%}{[1+1.715\%]^{1.4301}} + 2.4301 \times \frac{104\%}{[1+2.43\%]^{2.4301}}}{105.99\%} \cong 2.318.$$

$$CFW = \frac{1}{105.99\%} \times \left[ 0.4301 \times 1.4301 \times \frac{4\%}{[1+1.215\%]^{0.4301}} + 1.4301 \times 2.4301 \times \frac{4\%}{[1+1.715\%]^{1.4301}} + 2.4301 \times 3.4301 \times \frac{104\%}{[1+2.43\%]^{2.4301}} \right]$$

$$\cong 7.867.$$

f)

- Valor inicial da carteira:

$$B_0^c = \text{€}10M + \text{€}1M \times 105.99\% \cong \text{€}11,059,900.$$

- Duração da carteira:

$$DFW^c = 10 \times \frac{\text{€}10M}{\text{€}11,059,900} + 2.318 \times \frac{\text{€}1M \times 105.99\%}{\text{€}11,059,900}$$

$$= 10 \times 90.42\% + 2.318 \times 9.58\% \cong 9.264y.$$

- Convexidade da carteira:

$$CFW^c = 6.4 \times 90.42\% + 7.867 \times 9.58\% \cong 6.541.$$

- Valor do choque multiplicativo:

$$\lambda = \frac{-0.5\%}{1+1.5\%} \cong -0.493\%.$$

- Novo valor estimado para a carteira:

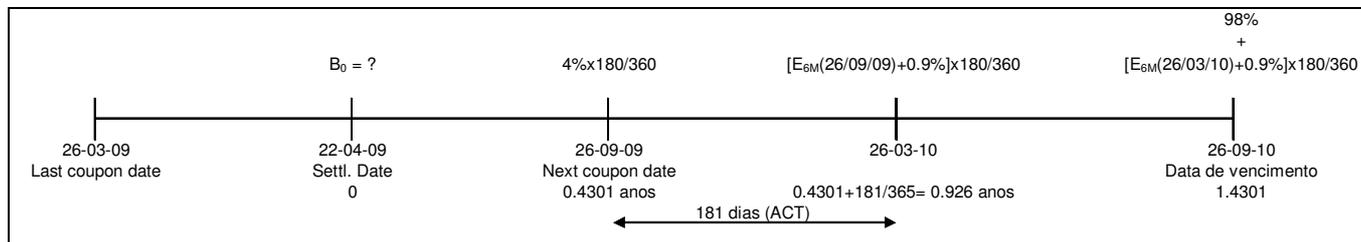
$$\Delta\% B_0^c \approx -9.264 \times (-0.493\%) + \frac{1}{2} \times 6.541 \times (-0.00493)^2 \cong 4.575\%.$$

Novo valor estimado para a carteira =

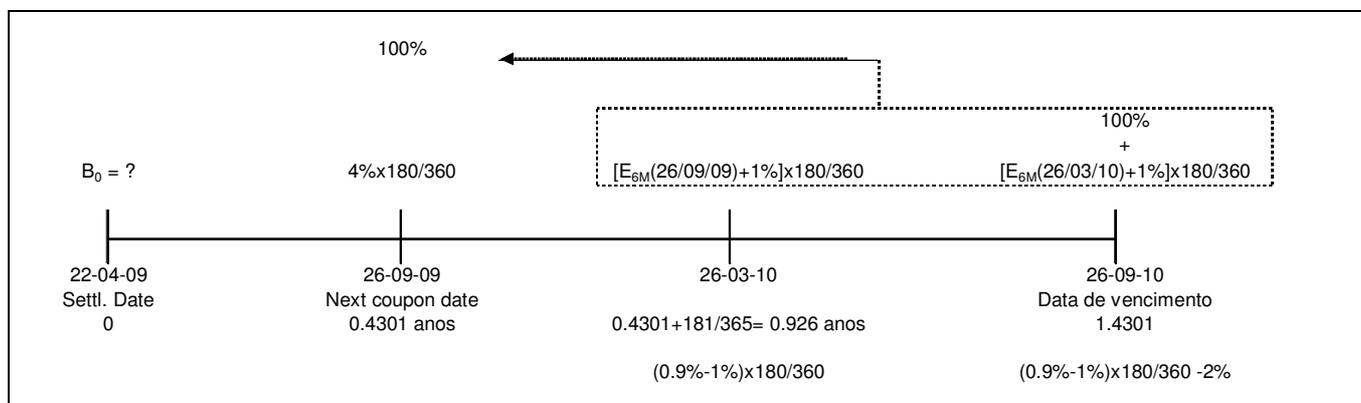
$$= \text{€}11,059,900 \times (1 + 4.575\%) \cong \text{€}11,565,890.43.$$

g)

Diagrama temporal da FRN a avaliar:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de cash flows:



A taxa *spot*, “sem risco”, a 0.926 anos pode ser obtida via extrapolação linear:

$$r(0,0.926) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.926 - 1}{2 - 1} \cong 1.463\%.$$

Portanto,

$$B_0 = \frac{100\% + 4\% \times \frac{180}{360}}{(1 + 41.215\% + 1.5\%)^{0.4301}} + \frac{(0.9\% - 1\%) \times \frac{182}{360}}{(1 + 1.463\% + 1\%)^{0.926}} + \frac{(0.9\% - 1\%) \times \frac{182}{360} - 2\%}{(1 + 1.715\% + 1\%)^{1.4301}}$$

$$\cong 98.82\%.$$

h)

$$AI = 4\% \times \frac{180}{360} \times \frac{26}{180} \cong 0.29\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{bid} = 98.40\% + 0.29\% = 98.69\% < B_0 \Rightarrow \text{Não vender};$$

$$VT_0^{ask} = 98.50\% + 0.29\% = 98.79\% < B_0 \Rightarrow \text{Comprar}.$$