Investimentos

António M. R. G. Barbosa

ISCTE Business School
Instituto Universitário de Lisboa

Dia 7: 16/Fev/12

Sumário

Outline

Fórmula de avaliação (1/3)

- Podemos avaliar qualquer activo descontando o valor esperado dos seus cash-flows futuros para a data de hoje, a uma taxa de juro que reflicta o seu nível de risco
- Geralmente a dificuldade está:
  - na estimação dos cash-flows futuros e incertos
  - estimação de uma taxa de desconto que reflicta o nível de risco dos mesmos
- Para obrigações tudo isto é mais fácil pois o valor dos cash-flows obedecem a regras pré-determinadas

Fórmula de avaliação (2/3)

- O preço de equilíbrio de uma obrigação é

$$B(0) = \sum_{j=1}^{n} \frac{CF_{t_j}}{\left[1 + r(0, t_j)\right]^{t_j}}$$

onde:

- n é o número de cash-flows futuros
- t_j é a distância, em anos, para a ocorrência do CF número j:
  - para converter a distância em dias para uma distância em anos usa-se a base de calendário da **taxa de desconto**
- CF_{t_j} é o cash-flow da data t_j:
  - corresponde a pagamento de cupão ou reembolso de capital
- $r(0, t_j)$ é a taxa (efectiva anual) de desconto entre hoje e a data t_j, correspondente ao nível de risco dos cash-flows

Fórmula de avaliação (3/3)

- Já sabemos como obter todas as peças deste puzzle, excepto a taxa de desconto:
    - o valor e data de ocorrência dos cash-flows é obtida directamente da ficha técnica da obrigação
    - a distância em dias para cada cash-flow é convertida para uma distância em anos utilizando uma base de calendário
- Vamos então introduzir as taxas de desconto

Outline

ETTJ: definição (1/2)

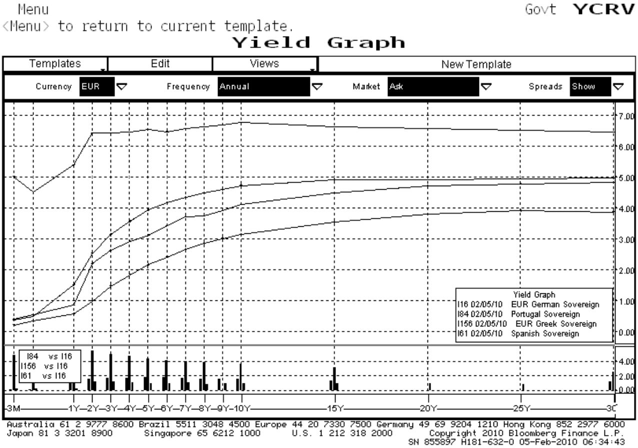
Estrutura temporal das taxas de juro (ETTJ)

Consiste num conjunto de taxas de juro em vigor numa dada economia para investimento de diferentes maturidades (sem CF's intermédios) mas pertencentes à mesma classe de risco

- A ETTJ não é directamente observável, tendo que ser inferida das cotações de obrigações (ou outros activos financeiros dependentes da evolução das taxas de juro) pertencentes a uma determinada classe de risco
- Não existe uma mas sim muitas ETTJ, uma para cada classe de risco:
  - normalmente considera-se a ETTJ ("sem risco") associada às OT
  - e a ETTJ associada aos instrumentos do MMI (EURIBOR e Swap rates)

Yield curve

- A *yield curve* corresponde à representação gráfica da ETTJ



- De baixo para cima: Alemanha, Espanha, Portugal, Grécia

Formas de descrever a ETTJ

- Existem 3 formas exactamente equivalentes de descrever a ETTJ:
    - via taxas de juro spot
    - via taxas de juro forward
    - via factores de desconto

Taxas de juro spot

Taxa de juro spot

A taxa de juro spot a T anos, $r(0,T)$, é a taxa de juro efectiva anual em vigor hoje para um investimento imediato e com um único CF futuro no momento T.

- A taxa spot $r(0,T)$ corresponde assim à taxa de rendibilidade (taxa efectiva anual) de uma obrigação de cupão zero (OCZ) com maturidade no momento T

$$P(0,T) = \frac{100}{[1 + r(0,T)]^T} \Leftrightarrow r(0,T) = \left[\frac{100}{P(0,T)}\right]^{\frac{1}{T}} - 1$$

- Se houvessem OCZ para todas as maturidades, seria muito simples de estimar a ETTJ, que não é mais que um conjunto de taxas spot para diferentes maturidades
- Mais tarde vamos ver como podemos estimar a ETTJ através das cotações de obrigações com cupão

Taxas de juro forward (1/2)

Taxa de juro forward

A taxa de juro forward esperada hoje para vigorar entre os momentos t e T, $f(0,t,T)$, corresponde à expectativa do mercado para as taxas spot em vigor no futuro.

- As taxas forward são calculadas com base nas taxas spot em vigor no momento 0
- A ideia é a seguinte:
  - investir por 1 ano à taxa spot a 1 ano, $r(0,1)$, e depois reinvestir por outro ano à taxa forward a 1 ano em vigor dentro de 1 ano, $f(0,1,2)$
  - ou investir por 2 anos à taxa spot a 2 anos $r(0,2)$
  - têm que ter a mesma rendibilidade esperada, caso contrário optaríamos sempre pela mais rentável[1]

[1] Os desequilíbrios entre a oferta e a procura de fundos a 1 ano e 2 anos encarregar-se-iam de igualar a rendibilidade esperada dos dois investimentos.

Taxas de juro forward (2/2)

$$[1 + r(0,t)]^t [1 + f(0,t,T)]^{T-t} = [1 + r(0,T)]^T$$
$$\Leftrightarrow f(0,t,T) = \left(\frac{[1 + r(0,T)]^T}{[1 + r(0,t)]^t} \right)^{\frac{1}{T-t}} - 1$$

- A primeira linha da equação mostra-nos que a ETTJ pode ser representada por uma taxa spot (prazo curto) e um conjunto de taxas forward

Factores de desconto

Factor de desconto

O factor de desconto para a maturidade T, $\delta(T)$, corresponde ao valor actual de uma unidade monetária vencível no momento T.

- $\delta(T)$ corresponde assim ao preço de uma OCZ com maturidade T

$$\delta(T) = P(0,T) = \frac{100}{\left[1 + r(0,T)\right]^{T}}$$

Exemplo: taxas spot, forward e factores de desconto (1/2)

Exemplo

Considere duas obrigações de cupão zero sem risco. Uma tem maturidade dentro de 1 ano e transacciona no mercado por 99,41 e a outra tem maturidade de 2 anos e transacciona no mercado por 98,05. Calcule: (i) os factores de desconto a 1 e 2 anos , (ii) as taxas de juro spot a 1 e 2 anos e (iii) a taxa forward entre os anos 1 e 2 subjacente às cotações destas obrigações.

- O cálculo dos factores de desconto (quando se dispõe de OCZs) é trivial

$$\delta(1) = 0,9941,\ \delta(2) = 0,9805$$

Exemplo: taxas spot, forward e factores de desconto (2/2)

- A taxas de juro spot não são muito mais difíceis de calcular

$$99,41 = \frac{100}{\left[1 + r\left(0,1\right)\right]^{1}} \Leftrightarrow r\left(0,1\right) = \left[\frac{100}{99,41}\right]^{\frac{1}{1}} - 1 = 0,59\% \ (59pb)$$

$$98,05 = \frac{100}{\left[1 + r\left(0,2\right)\right]^{2}} \Leftrightarrow r\left(0,2\right) = \left[\frac{100}{98,05}\right]^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,99\% \ (99pb)$$

- Finalmente, a taxa forward $f\left(0,1,2\right)$ é obtida através das taxas spot $r\left(0,1\right)$ e $r\left(0,2\right)$

$$\left[1 + 0,0059\right]^{1}\left[1 + f\left(0,1,2\right)\right]^{2-1} = \left[1 + 0,0099\right]^{2}$$

$$\Leftrightarrow f\left(0,1,2\right) = \left(\frac{\left[1 + 0,0099\right]^{2}}{\left[1 + 0,0059\right]^{1}}\right)^{\frac{1}{2-1}} - 1 = 1,39\%$$

Interpretação da ETTJ

- Na estrutura temporal das taxas de juro em vigor numa economia encontram-se presentes as expectativas futuras acerca das taxas de juro:
  - uma *yield curve* com inclinação positiva (negativa) está associada a expectativas de subidas (descidas) das taxas de juro no futuro próximo
  - uma *yield curve* plana está associada a expectativas de manutenção das taxas de juro.
- No nosso exemplo, a *yield curve* tem inclinação positiva, $r\,(0,2) = 0,99\% > r\,(0,1) = 0,59\%$, o que significa que a expectativa é que a taxa a 1 ano dentro de 1 ano seja superior à actual (spot) taxa a 1 ano, $f\,(0,1,2) = 1,39\% > r\,(0,1) = 0,59\%$
- É fácil de ver que se $r\,(0,t) = r\,(0,T) = r$

$$f\,(0,t,T) = \left[\frac{(1+r)^T}{(1+r)^t}\right]^{\frac{1}{T-t}} - 1 = \left[(1+r)^{T-t}\right]^{\frac{1}{T-t}} - 1 = (1+r)^{\frac{T-t}{T-t}} - 1 = r$$

Teorias explicativas da ETTJ (1/2)

- Porque é que existem diferentes taxas de juro para diferentes maturidades?
- Existem várias teorias explicativas:
  - Teoria das expectativas racionais puras:
    - sustenta que as taxas forward implícitas são taxas spot esperadas
  - Teoria da preferência pela liquidez
    - defende que as taxas forward implícitas são superiores às taxas spot esperadas
    - o motivo é a preferência por liquidez, e logo por investimentos por prazos mais curtos
    - para remunerar o risco de taxa de juro associado a investimentos por prazos maiores é necessário um prémio de liquidez que é tanto maior quanto o prazo de investimento

Teorias explicativas da ETTJ (2/2)

- Teorias explicativas (continuação):
  - Teoria da segmentação:
    - diferentes investidores têm preferência por prazos de investimento diferentes
    - logo não existe uma relação sistemática entre as taxas forward e as taxas spot esperadas
    - o prémio de liquidez pode ser positivo para prazos com pouca procura, e negativo para prazos com muita procura
  - Teoria do habitat preferido:
    - semelhante à teoria da segmentação, mas admite que os investidores possam investir em prazos fora do seu segmento preferido em troca de remunerações suficientemente elevadas

Outline

Avaliação de uma obrigação

- Já temos tudo o que precisamos para avaliar uma obrigação usando esta fórmula

$$B(0) = \sum_{j=1}^{n} \frac{CF_{t_j}}{\left[1 + r(0, t_j)\right]^{t_j}}$$

  - o valor e data de ocorrência dos cash-flows futuros obtém-se da ficha técnica da obrigação
  - a transformação da maturidade, em dias, dos cash-flows para uma maturidade em anos faz-se utilizando a **base de calendário da taxa de desconto**
  - as taxas de desconto são as taxas de juro spot para a maturidade e nível de risco dos cash-flows, que obtemos da yield curve para o respectivo nível de risco

Decisão de trading

- Para formular uma decisão de trading (compra ou venda), compara-se $B(0)$ com o valor de transacção da obrigação:
  - bid em caso de venda
  - ask em caso de compra (é sempre o mais desvantajoso para nós)
- Para achar o valor de transacção precisamos de calcular o juro corrido (o que já sabemos fazer) e somá-lo ao valor de cotação:
  - para tal recorremos à ficha técnica para determinar o valor do próximo cupão e as datas do próximo e último cupão
  - e utilizamos a **base de calendário da obrigação** para transformar intervalos em dias em intervalos em anos