

Investimentos

António M. R. G. Barbosa

ISCTE  **Business School**
Instituto Universitário de Lisboa

Dia 33: 04/Mai/12

Sumário

- 1 Avaliação de acções
- 2 Modelo de Gordon
- 3 Modelo de crescimento diferenciado

Outline

- 1 Avaliação de acções
- 2 Modelo de Gordon
- 3 Modelo de crescimento diferenciado

Avaliação de acções (1/3)

- Podemos avaliar qualquer activo descontando o valor esperado dos seus cash-flows futuros para a data de hoje, a uma taxa de juro que reflecta o seu nível de risco
- No caso de obrigações, esta tarefa torna-se fácil porque:
 - sabemos exactamente quantos cash-flows iremos ainda receber e quando
 - sabemos exactamente o valor dos cash-flows (juros mais reembolso) a distribuir
 - e sabemos também como obter as taxas de desconto apropriadas para descontar esses cash-flows através do preço das obrigações do tesouro e de credit spreads

Avaliação de acções (2/3)

- No caso de acções, a forma de avaliação é a mesma
- No entanto, as coisas são um pouco mais complicadas porque:
 - os cash-flows gerados pela acção são os dividendos
 - e o valor dos dividendos não é conhecido à partida (aliás, até a sua distribuição é incerta)
 - para além do mais, não sabemos quando nem por quanto tempo vamos receber os dividendos

Avaliação de acções (3/3)

- O último problema coloca-se porque uma acção não tem maturidade e porque não é previsível à partida se, e quando, uma empresa vai à falência
 - à falta de melhor solução, admitimos que a empresa paga dividendos para sempre
- Quanto ao facto de não conhecermos o valor dos dividendos futuros, temos que nos “desenrascar”!
 - ou, em linguagem académica, temos que usar um modelo para projectar a evolução futura dos dividendos

Outline

- 1 Avaliação de acções
- 2 Modelo de Gordon
- 3 Modelo de crescimento diferenciado

Fórmula geral de avaliação para acções (1/2)

- A fórmula geral de avaliação para acções é

$$P_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{DPS_{t_i}}{(1+r)^{t_i}}$$

onde:

- P_0 é o valor da acção
 - DPS_{t_i} é o dividendo por acção (dividend per share) a distribuir na data t_i
 - r é a taxa de desconto (taxa efectiva anual), que reflecte o risco dos dividendos
- A taxa r é determinada com base no CAPM, que nos dá a remuneração de equilíbrio a exigir pela acção, partindo do pressuposto que a vamos incluir numa carteira diversificada

$$r = r_f + \beta [E(r_M) - r_f]$$

Fórmula geral de avaliação para acções (2/2)

- Normalmente assume-se que os dividendos são pagos anualmente; se o primeiro dividendo for pago dentro de 1 ano

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DPS_t}{(1+r)^t}$$

- Mas se o primeiro dividendo for pago dentro de, por exemplo, 7 meses, fazemos o ajustamento

$$P_0 = (1+r)^{\frac{12-7}{12}} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DPS_t}{(1+r)^t}$$

- No caso dos dividendos serem distribuídos trimestralmente, com o primeiro a ser pago dentro de 3 meses teríamos

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DPS_{\frac{t}{4}}}{(1+r)^{\frac{t}{4}}}$$

Modelo de Gordon (1/2)

- Ainda nos falta o mais difícil: projectar os dividendos a distribuir no futuro (um futuro infinitamente longo)
- O modelo de Gordon parte do pressuposto mais simples: que o dividendo actual (DPS_0) irá crescer a uma taxa constante g por toda a eternidade

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DPS_0 (1+g)^t}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} DPS_0 \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^t$$

- Note-se que o preço da acção corresponde à soma de uma série geométrica de razão $\frac{1+g}{1+r}$

Modelo de Gordon (2/2)

- **Se** (ênfase no se) a razão for inferior a 1, ou seja

$$\frac{1+g}{1+r} < 1 \Leftrightarrow g < r$$

então a série é convergente e a sua soma é simplesmente

$$P_0 = \frac{DPS_0(1+g)}{r-g} = \frac{DPS_1}{r-g}$$

- **Tudo o resto constante**, o preço da acção será tanto mais alto quanto:
 - maior tiver sido o último dividendo pago (DPS_0)
 - maior for a taxa de crescimento dos dividendos (g)
 - menor o seu risco sistemático, ou seja, quanto menor a taxa de desconto (r)

Estimação da taxa g

- A variável com mais influência, e também de maior dificuldade de estimação, no modelo de Gordon é a taxa de crescimento g
- Para obter uma estimativa para a taxa g fazemos os seguintes pressupostos:
 - a empresa tem uma rentabilidade dos capitais próprios (ROE , return on equity) constante

$$ROE = \frac{\text{Resultado líquido}}{\text{Capital próprio}}$$

- a empresa tem um rácio de distribuição de dividendos constante (p , payout ratio)

$$p = \frac{DPS}{EPS}$$

onde EPS (earnings per share) corresponde ao resultado líquido por acção

- a empresa não recorre a aumentos de capital (o capital próprio só aumenta por via de retenção de lucros)

Exemplo: a formiga e a cigarra (1/3)

- Considere as seguintes empresas (dados do ano 0)

	Formiga	Cigarra
ROE	15%	15%
p	10%	50%
Capital próprio	1000	1000
Nº de acções	750	750

Exemplo: a formiga e a cigarra (2/3)

- No final do ano 1

	Formiga	Cigarra
Resultado líquido	$1000 \times 15\% = 150$	$1000 \times 15\% = 150$
Dividendos	$150 \times 10\% = 15$	$150 \times 50\% = 75$
Reinvestimento	$150 \times (1 - 10)\% = 135$	$150 \times (1 - 50)\% = 75$
Capital próprio	$1000 + 135 = 1135$	$1000 + 75 = 1075$
DPS	$\frac{15}{750} = 0,02$	$\frac{75}{750} = 0,10$

Exemplo: a formiga e a cigarra (3/3)

- No final do ano 2

	Formiga	Cigarra
Resultado líquido	$1135 \times 15\% = 170,25$	$1075 \times 15\% = 161,25$
Dividendos	$170,25 \times 10\% = 17,025$	$161,25 \times 50\% = 80,625$
Reinvestimento	$170,25 \times (1 - 10)\% = 153,225$	$161,25 \times (1 - 50)\% = 80,625$
Capital próprio	$1135 + 153,225 = 1288,225$	$1075 + 80,625 = 1155,625$
DPS	$\frac{17,025}{750} = 0,0227$	$\frac{80,625}{750} = 0,1075$
Cresc. DPS (g)	$\frac{0,0227}{0,02} - 1 = 13,5\%$	$\frac{0,1075}{0,1} - 1 = 7,5\%$

- Podemos ver que o crescimento do DPS é função apenas do ROE e do payout ratio p

$$\begin{aligned}
 \frac{0,0227}{0,02} - 1 &= \frac{CP_0 [1 + ROE(1 - p)] \times ROE \times p}{CP_0 \times ROE \times p} - 1 \\
 &= ROE(1 - p) = 15\%(1 - 10\%) = 13,5\%
 \end{aligned}$$

Fórmula para a taxa g

- Se tiverem curiosidade, podem verificar que a taxa de crescimento dos dividendos no ano 3 será também 13,5% para a formiga e 7,5% para a cigarrra
- Isso implica então que podemos estimar a taxa g da seguinte forma

$$g = ROE (1 - p)$$

- Lembrem-se que esta fórmula pressupões que ROE e p são constantes
- Os dividendos crescem tanto mais quanto:
 - maior a rentabilidade dos capitais próprios (ROE)
 - e quanto maior for a taxa de reinvestimento dos lucros gerados, ou seja, quando menor a fracção dos lucros distribuídos como dividendos (p)

Outline

- 1 Avaliação de acções
- 2 Modelo de Gordon
- 3 Modelo de crescimento diferenciado

E se $g > r$?

- A fórmula do modelo de Gordon pressupõe que $g < r$
- Mas e se os dividendos crescerem mais rapidamente que a taxa de desconto ($g > r$)?
 - claramente, isso não pode acontecer para sempre
 - porque se assim fosse, o valor da acção seria infinito
- No entanto, pode ser razoável assumir-se que:
 - a empresa numa fase inicial de forte expansão da quota de mercado consegue crescer a taxas mais elevadas ($g_e > r$)
 - e mais tarde, quando a sua quota de mercado estabilizar (ponto de cruzamento), crescerá a taxas mais modestas, em linha com o crescimento da economia ($g_c < r$)

Modelo de 2 etapas (1/3)

- Se considerarmos 2 etapas de crescimento, a fórmula para o preço da acção será então

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DPS_t}{(1+r)^t} = \underbrace{\sum_{t=1}^n \frac{DPS_t}{(1+r)^t}}_{\text{fase expansão}} + \underbrace{\sum_{t=n+1}^{\infty} \frac{DPS_t}{(1+r)^t}}_{\text{fase cruzeiro}}$$

- Assumindo taxas de crescimento g_e e g_c para a fase de expansão e cruzeiro temos

$$P_0 = \sum_{t=1}^n DPS_0 \left(\frac{1+g_e}{1+r} \right)^t + \sum_{t=n+1}^{\infty} DPS_n \frac{(1+g_c)^{t-n}}{(1+r)^t}$$

Modelo de 2 etapas (2/3)

- O componente da fase de cruzeiro fica

$$\begin{aligned}\sum_{t=n+1}^{\infty} DPS_n \frac{(1+g_c)^{t-n}}{(1+r)^t} &= \sum_{t=n+1}^{\infty} \frac{DPS_n}{(1+r)^n} \left(\frac{1+g_c}{1+r} \right)^{t-n} \\ &= \frac{1}{(1+r)^n} \frac{DPS_n (1+g_c)}{(r-g_c)}\end{aligned}$$

- Sendo assim, podemos calcular o preço da acção através da seguinte fórmula

$$P_0 = \underbrace{\sum_{t=1}^n DPS_0 \left(\frac{1+g_e}{1+r} \right)^t}_{1^a \text{ fase: expansão}} + \underbrace{\frac{1}{(1+r)^n} \frac{DPS_n (1+g_c)}{(r-g_c)}}_{2^a \text{ fase: cruzeiro}}$$

Modelo de 2 etapas (3/3)

- Por vezes queremos estimar o DPS explicitamente durante a fase de expansão:
 - irão ver como fazer isso na cadeira de finanças empresariais/avaliação de empresas
- Nesse caso, a fórmula será

$$P_0 = \underbrace{\sum_{t=1}^n \frac{DPS_t}{(1+r)^t}}_{1^a \text{ fase: expansão}} + \underbrace{\frac{1}{(1+r)^n} \frac{DPS_n (1+g_c)}{(r-g_c)}}_{2^a \text{ fase: cruzeiro}}$$

Taxas de desconto diferenciadas

- Podemos também admitir que a taxa de desconto durante a fase de expansão (r_e) é diferente da taxa de desconto durante a fase de cruzeiro (r_c)
- Nesse caso a fórmula será

$$P_0 = \underbrace{\sum_{t=1}^n DPS_0 \left(\frac{1 + g_e}{1 + r_e} \right)^t}_{1^a \text{ fase: expansão}} + \underbrace{\frac{1}{(1 + r_e)^n} \frac{DPS_n (1 + g_c)}{(r_c - g_c)}}_{2^a \text{ fase: cruzeiro}}$$