

Investimentos

António M. R. G. Barbosa

ISCTE  **Business School**
Instituto Universitário de Lisboa

Dia 16: 15/Mar/12

Sumário

- 1 Risco de taxa de juro
- 2 Medidas de risco de taxa de juro: duração

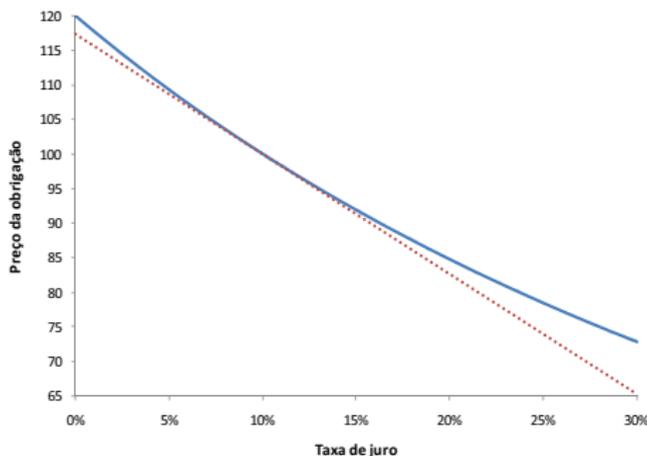
Outline

- 1 Risco de taxa de juro
- 2 Medidas de risco de taxa de juro: duração

Preço da obrigação vs. taxa de juro (1/2)

- Considere a seguinte obrigação:
 - maturidade de 2 anos
 - cupão anual 10%
- Por agora vamos considerar que a yield curve é flat (taxas spot iguais para todas as maturidades) e que:
 - a taxa de juro é actualmente de 10%
- Como é que o preço da obrigação varia em função do nível de taxas de juro?

Preço da obrigação vs. taxa de juro (2/2)

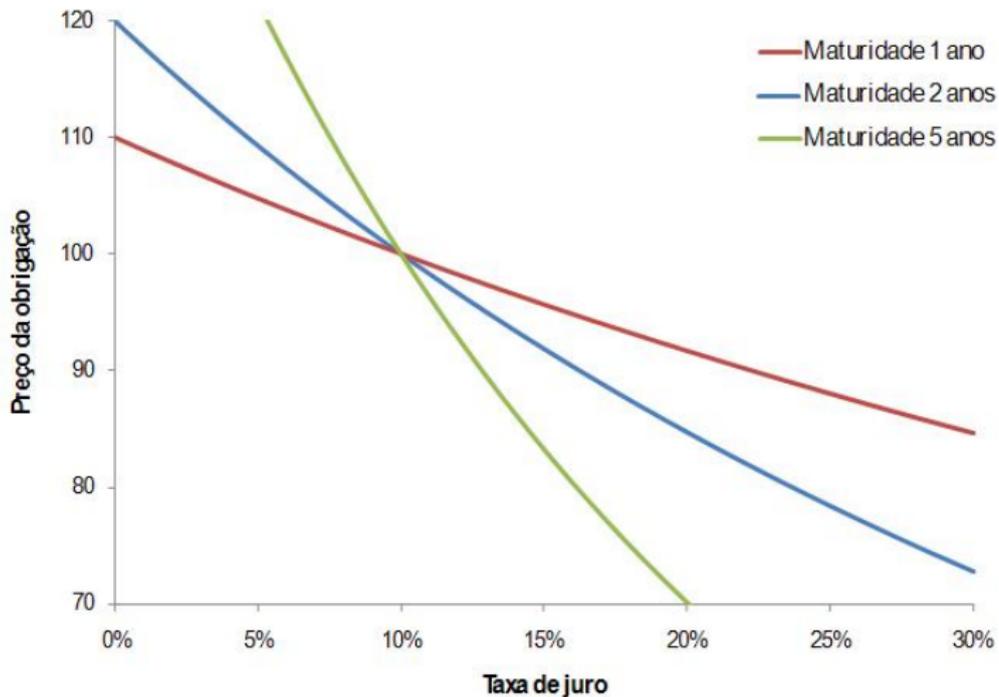


- 1 O preço da obrigação e a taxa de juro têm uma relação inversa: quanto maior a taxa de juro, menor o preço da obrigação
- 2 A relação entre o preço da obrigação e a taxa de juro é convexa:
 - o preço da obrigação sobe mais se a taxa de juro descer 1 ponto percentual (ex de 10% para 9%) do que desce se a taxa de juro subir 1 ponto percentual

Determinantes da sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro (1/5)

- O seguintes factores influenciam a sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro
- Maturidade:
 - quanto maior a maturidade, maior a sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro
 - isto porque os CFs são descontados por um período de tempo maior (principalmente o CF que corresponde ao reembolso que é o maior)
 - considere mais 2 obrigações em tudo igual à anterior, mas com diferentes maturidades

Determinantes da sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro (2/5)

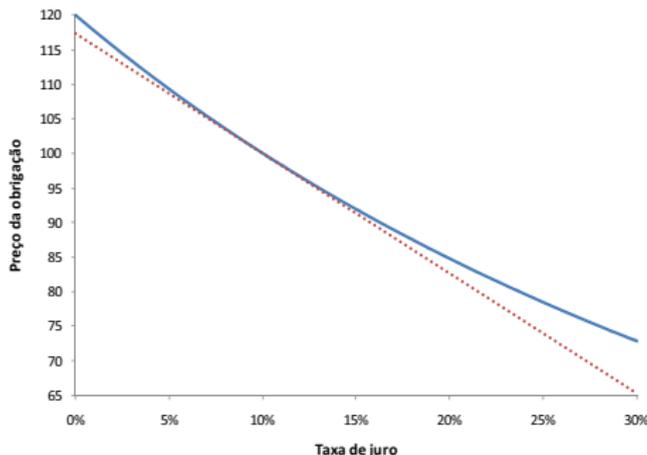


Determinantes da sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro (3/5)

- Taxa de cupão:
 - quanto maior a taxa de cupão, menor a sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro
 - a intuição é a seguinte:
 - uma obrigação com cupão pode ser vista como uma carteira de obrigações de cupão zero (OCZ) em que cada CF corresponde a uma OCZ de igual maturidade e valor nominal
 - quanto maior a taxa de cupão, maior o peso na carteira das OCZ de menor maturidade
 - logo a maturidade “média” da carteira diminui e a sensibilidade diminui
 - considere mais 2 obrigações, igual à obrigação inicial, mas com diferentes taxas de cupão

Determinantes da sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro (5/5)

- Taxa de juro:
 - quanto maior a taxa de juro, menor a sensibilidade do preço da obrigação a variações da taxa de juro
 - isto deve-se à convexidade da relação entre o preço da obrigação e a taxa de juro



Outline

- 1 Risco de taxa de juro
- 2 Medidas de risco de taxa de juro: duração

Maturidade como medida de risco de taxa de juro? Não, mas quase!

- Embora a sensibilidade do preço de uma obrigação dependa em grande medida da sua maturidade, esta não serve como medida de risco:
 - a taxa de cupão também influencia essa sensibilidade
 - a maturidade “efectiva” de uma obrigação com cupão não é igual à sua maturidade:
 - parte dos CFs são distribuídos antes da maturidade da obrigação
 - e cada CF tem a sua própria maturidade
- A maturidade “efectiva” pode ser determinada como:
 - uma média ponderada da maturidade de cada um dos CFs gerados pela obrigação
 - o ponderador é dado pelo peso que esse CF representa no valor total da obrigação (o peso é o valor actual do CF)
- A esta maturidade “efectiva” damos o nome de duração

Duração de Fisher-Weil

- Para uma obrigação com n CFs pagos nas datas t_j , $j = 1, \dots, n$

$$DFW = \sum_{j=1}^n t_j \underbrace{\frac{VA(CF_j)}{B_0}}_{\text{ponderador}} = \sum_{j=1}^n t_j \frac{\frac{CF_j}{[1+r(0,t_j)]^{t_j}}}{B_0}$$

- Note-se que

$$B_0 = \sum_{j=1}^n VA(CF_j)$$

e assim sendo os pesos $\frac{VA(CF_j)}{B_0}$ somam 1, como pretendido

- Esta duração é conhecida por duração de Fisher-Weil, e aplica-se a qualquer yield curve

Duração de Macaulay

- No caso especial da yield curve ser flat (ou de se usarem yields-to-maturity em vez de taxas spot), temos a duração de Macaulay

$$DM = \sum_{j=1}^n t_j \frac{VA(CF_j)}{B_0} = \sum_{j=1}^n t_j \frac{CF_j}{(1+ytm)^{t_j} B_0}$$

Duração de uma carteira de obrigações

- Tanto para a DFW como para a DM, a duração de uma carteira de m obrigações é dada por

$$D^c = \sum_{j=1}^m D^j \frac{B_0^j}{\sum_{j=1}^m B_0^j} = \sum_{j=1}^m D^j \frac{B_0^j}{B_0^c}$$

em que:

- D^c é a duração da carteira, seja DFW ou DM
- D^j é a duração da obrigação j
- B_0^j é o valor justo da obrigação j
- B_0^c é o valor justo da carteira de obrigações

Casos particulares

- Para uma obrigação de cupão zero

$$DFW = DM = \sum_{j=1}^1 t_j \frac{VA(CF_j)}{B_0} = t_1 \frac{B_0}{B_0} = t_1 = \textit{maturidade}$$

- Para uma obrigação perpétua com cupão C

$$\begin{aligned} DM &= \sum_{j=1}^{\infty} t_j \frac{VA(CF_j)}{B_0} = \sum_{j=1}^{\infty} t_j \frac{\frac{C}{(1+ytm)^{t_j}}}{\frac{C}{ytm}} \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} t_j \frac{ytm}{(1+ytm)^{t_j}} = 1 + \frac{1}{ytm} \end{aligned}$$

Características da duração (1/2)

- Já vimos que a sensibilidade do preço da obrigação face a variações da taxa de juro é tanto maior quanto:
 - maior for a maturidade da obrigação
 - menor for a taxa de cupão
 - menor for a taxa de juro

$$DFW = \sum_{j=1}^n t_j \frac{CF_j}{[1+r(0,t_j)]^{t_j} B_0}$$

- Para que a duração seja uma medida de risco de taxa de juro adequada, esta terá que:
 - aumentar com a maturidade da obrigação
 - para uma obrigação de cupão zero o resultado é imediato (duração=maturidade)
 - uma obrigação de taxa fixa pode ser vista como uma carteira de OCZ; ao aumentarmos a maturidade de t_n para t_{n+1} , estamos a introduzir uma OCZ com uma maturidade de t_{n+1} o que aumenta a duração da carteira, $\frac{\partial D}{\partial m} > 0$

Características da duração (2/2)

$$DFW = \sum_{j=1}^n t_j \frac{CF_j}{B_0 [1+r(0,t_j)]^{t_j}}$$

- Para que a duração seja uma medida de risco de taxa de juro adequada, esta terá que (continuação):
 - diminuir com o nível de taxas de juro:
 - se a taxa de juro subir, os factores de desconto $(\frac{1}{[1+r(0,t_j)]^{t_j}})$ diminuem mais para prazos longos do que prazos curtos
 - isto faz com que o peso relativo do valor actual dos CFs para prazos mais curtos aumente
 - assim sendo a duração diminui, $\frac{\partial D}{\partial r} < 0$
 - diminuir com a taxa de cupão:
 - se a taxa de cupão subir, o peso relativo dos CFs para prazos mais curtos aumenta
 - assim sendo a duração diminui