ISCTE Business School – Licenciatura em Finanças e Contabilidade
***Investimentos* 2009/10 – Frequência e Exame 1ª Época (Resolução)**
09/01/2010 **Duração: 3h**

<u>CASO 1</u> (2x2=4 valores**; 2x1.5=3 valores)**

a) Por que razão o CAPM assume que a Fronteira Eficiente Global é igual para todos os investidores?

Por 2 razões:

1) Assume que os investidores possuem expectativas homogéneas e, portanto, a FE de Markowitz é igual para todos os investidores;
2) Assume que a taxa de juro sem risco é também igual para todos os investidores.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A função de utilidade $U_p = \frac{E(r_p)}{4-\sigma_p^2}$ conduz à escolha de uma carteira ineficiente de activos com risco".

Afirmação verdadeira.

Com efeito, $\frac{\partial U_p}{\partial \sigma_p^2} > 0$, ou seja a função de utilidade em apreço pressupõe não aversão mas sim apetência por risco. Tal significa que o investidor estará disposto a suportar um maior nível de risco mesmo usufruindo de um menor nível de rentabilidade esperada.

Por outras palavras, as curvas de indiferença terão, neste caso, inclinação negativa. Consequentemente, o ponto de tangencia com a *portfolio frontier* será feito no troço da parábola com inclinação negativa.

As curvas de indiferença têm de possuir inclinação positiva como consequência do principio de aversão ao risco: o investidor só está disposto a suportar um maior nível de risco caso possa usufruir também de um maior nível de rentabilidade esperada.

c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "O *fair value* de uma acção em nada depende das mais ou menos valias futuras a obter".

Afirmação verdadeira.

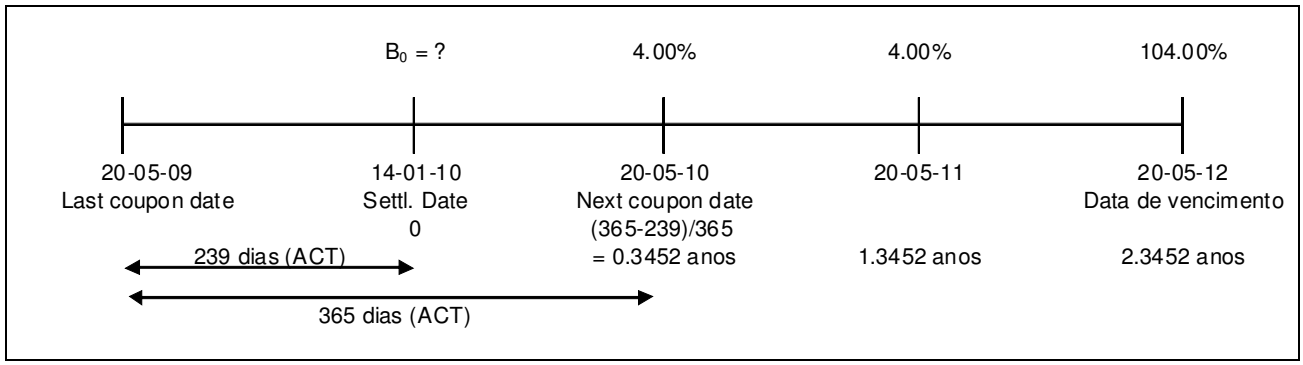
O valor da acção apenas depende do valor actual de todos os dividendos futuros.

Isto porque o preço futuro da acção (que determinará a mais ou menos valia) também depende apenas dos dividendos vincendos.

<u>CASO 2</u> (0 valores; **7 valores)**

a)

Pretende-se avaliar uma obrigação do Tesouro com os seguintes *cash flows* vincendos:



Portanto,

$$B_0 = \frac{4\%}{\left[1 + r(0,0.3452)\right]^{0.3452}} + \frac{4\%}{\left[1 + r(0,1.3452)\right]^{1.3452}} + \frac{104\%}{\left[1 + r(0,2.3452)\right]^{2.3452}}$$

As taxas *spot* a 1.3452 e 2.3452 anos podem ser obtidas via interpolação linear:

$$r(0,1.3452) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{1.3452 - 1}{2 - 1} \cong 1.673\%;$$

$$r(0,2.3452) \approx 2\% + (3\% - 2\%) \times \frac{2.3452 - 2}{3 - 2} \cong 2.345\%;$$

A taxa *spot* a 0.3452 anos pode ser obtida via extrapolação linear:

$$r(0,0.3452) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.3452 - 1}{2 - 1} \cong 1.173\%;$$

Então:

$$B_0 = \frac{4\%}{\left[1 + 1.173\%\right]^{0.3452}} + \frac{4\%}{\left[1 + 1.673\%\right]^{1.3452}} + \frac{104\%}{\left[1 + 2.345\%\right]^{2.3452}} \cong 106.39\%.$$

b)

$$VT_0^{bid} = \frac{4\%}{\left[1 + 2.4\%\right]^{0.3452}} + \frac{4\%}{\left[1 + 2.4\%\right]^{1.3452}} + \frac{104\%}{\left[1 + 2.4\%\right]^{2.3452}} \cong 106.22\% < 106.39\% = B_0 \Rightarrow \text{ Não vender;}$$

$$VT_0^{ask} = \frac{4\%}{[1+2.35\%]^{0.3452}} + \frac{4\%}{[1+2.35\%]^{1.3452}} + \frac{104\%}{[1+2.35\%]^{2.3452}} \cong 106.33\% < 106.39\% = B_0 \Rightarrow$$

Comprar.

c)

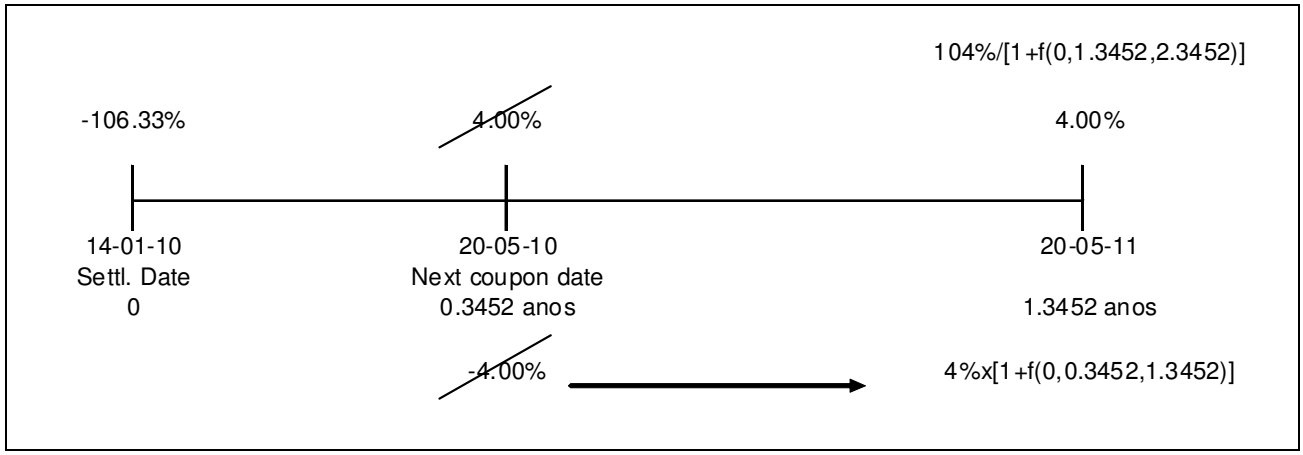
$$CFW = \frac{1}{106.39\%}\left\{0.3452\times 1.3452\times \frac{4\%}{[1+1.173\%]^{0.3452}}\right.$$

$$\left. +1.3452\times 2.3452\times \frac{4\%}{[1+1.673\%]^{1.3452}} + 2.3452\times 3.3452\times \frac{104\%}{[1+2.345\%]^{2.3452}}\right\}$$

$\cong 7.40$.

d)

Assumir que as futuras taxas *spot* corresponderão às actuais taxas *forward* significa definir os seguintes *cash flows* para a operação:



Cálculo das taxas forward:

$$[1+2.345\%]^{2.3452} = [1+1.673\%]^{1.3452}\times[1+f(0,1.3452,2.3452)] \Rightarrow f(0,1.3452,2.3452) \cong 3.257\%;$$

$$[1+1.673\%]^{1.3452} = [1+1.173\%]^{0.3452}\times[1+f(0,0.3452,1.3452)] \Rightarrow f(0,0.3452,1.3452) \cong 1.846\%.$$

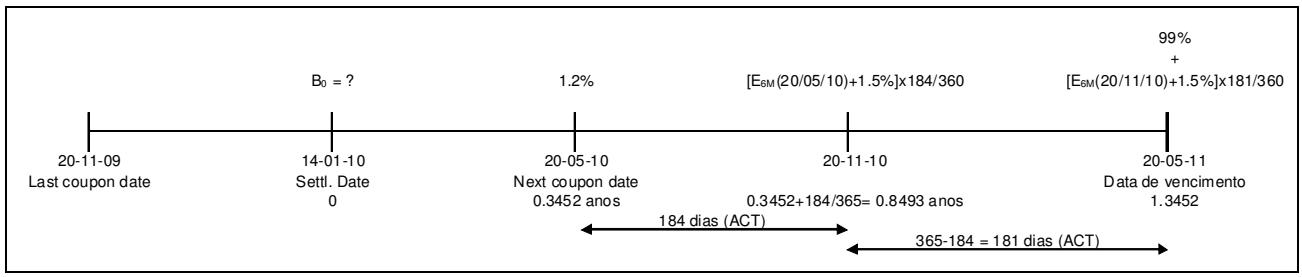
Portanto,

$$106.33\%\times(1+TRR_{1.3452})^{1.3452} = 4\%\times(1+1.846\%)+4\%+\frac{104\%}{1+3.257\%}$$

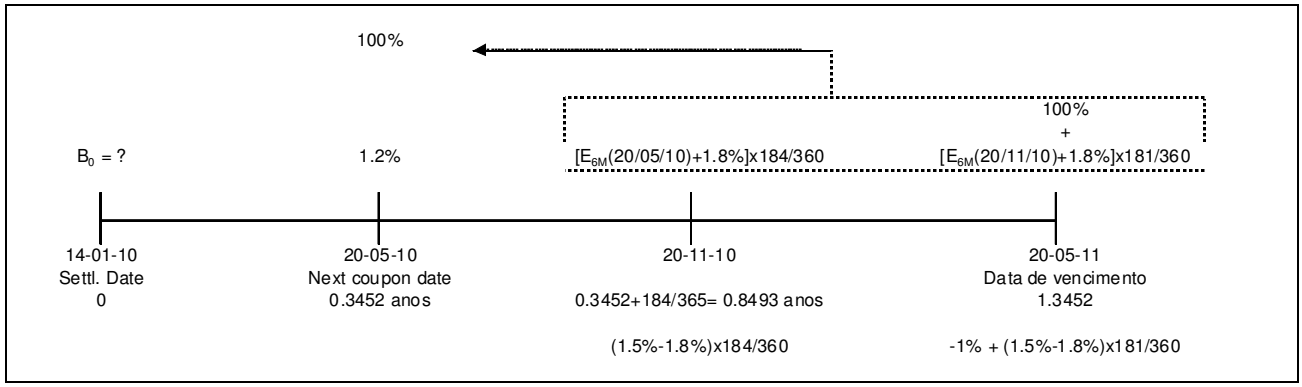
$$\Leftrightarrow TRR_{1.3452} \cong 1.717\%.$$

e)

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



Taxas de actualização sem risco:

$r(0,0.3452) \cong 1.173\%;$

$r(0,0.8493) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.8493 - 1}{2 - 1} \cong 1.425\%;$

$r(0,1.3452) \cong 1.673\%.$

Portanto,

$$B_0 = \frac{100\% + 1.2\%}{(1 + 1.173\% + 2\%)^{0.3452}} + \frac{(1.5\% - 1.8\%) \times {}^{184}\!/_{360}}{(1 + 1.425\% + 2\%)^{0.8493}} + \frac{-1\% + (1.5\% - 1.8\%) \times {}^{181}\!/_{360}}{(1 + 1.673\% + 2\%)^{1.3452}}$$

$$\cong 98.88\%.$$

<u>CASO 3</u> (11 valores; **7 valores)**

a)

Atendendo à actual composição da carteira,

$$E(r_p) = 10\% \times 0.5 + 20\% \times 0.3 + 15\% \times 0.2 = 14\%;$$

$$\sigma_p^2 = (0.2 \times 0.5)^2 + (0.3 \times 0.3)^2 + (0.25 \times 0.2)^2$$
$$+ 2 \times 0.5 \times 0.3 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.5 + 2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.25 \times 0.6$$
$$+ 2 \times 0.3 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.25 \times 0.9$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.0437 \Rightarrow \sigma_p \cong 20.905\%.$$

b)

Pretende-se calcular σ_{MVP}.

$$\underset{E(r_p)}{MIN}\ \sigma_p^2 = 5.75E(r_p)^2 - 1.25\ E(r_p) + 0.1055$$

Condição de 1ª ordem:

$$\frac{d\sigma_p^2}{dE(r_p)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\left[5.75E(r_p)^2 - 1.25\ E(r_p) + 0.1055\right]}{dE(r_p)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \times 5.75E(r_p) - 1.25 = 0$$

$$\Leftrightarrow E(r_{mvp}) = \frac{1.25}{2 \times 5.75} \cong 10.87\%.$$

Portanto,

$$\sigma_{MVP} = \sqrt{5.75 \times (0.1087)^2 - 1.25 \times 0.1087 + 0.1055}$$

$$\cong 19.382\%.$$

c)

No âmbito do modelo de Markowitz (i.e. não existindo o activo sem risco), a eficiência da actual composição da carteira de acções requer a satisfação de 2 condições:

i) $E(r_p) = 14\% > E(r_{mvp}) = 10.87\%.$

ii) A actual composição deve pertencer à *portfolio frontier*, i.e.

$$0.0437 = 5.75 \times (0.14)^2 - 1.25 \times 0.14 + 0.1055$$

$$\Leftrightarrow 0.0437 = 0.0432$$

Proposição falsa. Trata-se, portanto, de uma carteira não eficiente.

d)

$$\underset{E(r_p),\sigma_p}{MAX}\ U_p = E(r_p) - 2\sigma_p^2$$

Sujeito a $\sigma_p^2 = 5.75E(r_p)^2 - 1.25\,E(r_p) + 0.1055$

Lagrangiana:

$$\underset{E(r_p),\sigma_p^2,\lambda}{MAX}\ L = E(r_p) - 2\sigma_p^2 + \lambda\left[\sigma_p^2 - 5.75E(r_p)^2 + 1.25\,E(r_p) - 0.1055\right]$$

Condições de 1ª ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p^2} = 0 \Leftrightarrow -2 + \lambda \times 1 = 0 \Rightarrow \lambda = 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow 1 + \lambda\left[-2\times 5.75E(r_p) + 1.25\right] = 0 \underset{\lambda=2}{\Rightarrow} -2\times 5.75E(r_p) + 1.25 = -0.5$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) = \frac{1.75}{2\times 5.75} \cong 15.217\%$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \sigma_p^2 - 5.75E(r_p)^2 + 1.25\,E(r_p) - 0.1055 = 0 \underset{E(r_p)=15.217\%}{\Rightarrow}$$

$$\sigma_p = \sqrt{5.75\times(0.15217)^2 - 1.25\times 0.15217 + 0.1055} \cong 22.007\%.$$

e)

O parâmetro beta de uma carteira é igual à média ponderada dos betas dos activos componentes.

Em primeiro lugar, é necessário calcular o beta do segmento acções-UK da carteira:

$$\beta_{UK} = \frac{\sigma_{UK,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_{UK}\sigma_M\rho_{UK,M}}{\sigma_M^2} = \frac{25\%\times 0.784}{28\%} = 0.7.$$

Portanto,

$$\beta_p = 0.5\times 0.5 + 0.9\times 0.3 + 0.7\times 0.2 \cong 0.66.$$

f)

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2\sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2$$

$$\Rightarrow (20.905\%)^2 = (0.66\times 0.28)^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\varepsilon_p} = \sqrt{(20.905\%)^2 - (0.66\times 0.28)^2} \cong 9.772\% \neq 0.$$

Carteira com risco especifico i.e. não completamente diversificada. Consequentemente, é possível diversificar mais a carteira.

g)

Visto que a carteira de tangência também pertence à *portfolio frontier*, então

$$(25.597\%)^2 = 5.75E(r_p)^2 - 1.25\,E(r_p) + 0.1055$$

$$\Leftrightarrow 5.75E(r_p)^2 - 1.25\,E(r_p) + 0.03998 = 0$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) = \frac{1.25 \pm \sqrt{(-1.25)^2 - 4\times 5.75\times 0.03998}}{2\times 5.75}$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) = 17.842\% \vee E(r_p) = 3.897\%.$$

Visto que $3.897\% < E(r_{mvp}) = 10.87\%$, então $E(r_T) = 17.842\%$.

Consequentemente,

$$\begin{cases} 17.842\% = 10\% \times 0.40789 + 20\% \times w_{EUA} + 15\% \times w_{UK} \\ 0.40789 + w_{EUA} + w_{UK} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.13763 = 20\% \times (0.59211 - w_{UK}) + 15\% \times w_{UK} \\ w_{EUA} = 0.59211 - w_{UK} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_{UK} = \dfrac{0.13763 - 20\% \times 0.59211}{15\% - 20\%} \cong -38.422\% \\ w_{EUA} = 0.59211 - (-38.422\%) = 97.633\% \end{cases}$$

<u>CASO 4</u> (5 valores; **3 valores)**

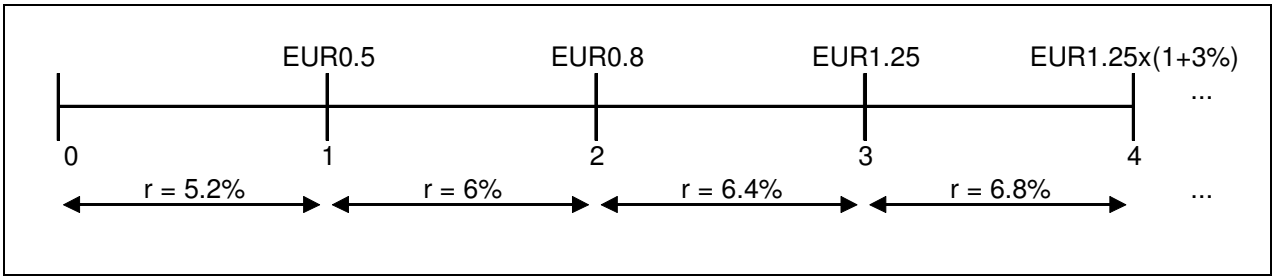
a)

Taxas de actualização:

$$E(r_{AMF}) = r_f + \beta_{AMF}\left[E(r_m) - r_f\right]$$

k	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4 e seguintes
r_f	2%	2%	2%	2%
$E(r_m) - r_f$	4%	5%	5.5%	6%
$E(r_{AMF})$	5.2%	6%	6.4%	6.8%

Pretende-se avaliar uma acção associada ao seguinte diagrama temporal de dividendos futuros:



Portanto,

$$P_0 = \frac{0.5}{(1+5.2\%)} + \frac{0.8}{(1+5.2\%)(1+6\%)} + \frac{1.25}{(1+5.2\%)(1+6\%)(1+6.4\%)}$$
$$+ \frac{\frac{1.25\times(1+3\%)}{6.8\%-3\%}}{(1+5.2\%)(1+6\%)(1+6.4\%)}$$

$$\cong EUR30.80.$$

b)

$VC_{bid} = EUR30.85 > P_0 = EUR30.80 \Rightarrow$ Vender.

$VC_{ask} = EUR30.90 > P_0 = EUR30.80 \Rightarrow$ Não comprar.

c)

$$EPS_3 = \frac{1.25}{40\%} = EUR3.125$$

$$EPS_5 = EUR3.125\times(1+3\%)\times(1+3\%) = EUR3.32$$