ISCTE Business School – Licenciatura de Gestão
***Investimentos* 2011/12 – Frequência e Exame 1ª Época**
Duração: 2 horas (Frequência) ou 3 horas (Exame) 08/Junho/2012

<u>CASO 1</u> (2x1=2 valores)

a) Admita que a utilidade para um certo investidor é dada por: $U_p = E(r_p) - \frac{A}{2}\sigma_p^2$. Se A = 5, $E(r_M)$ = 10%, r_f =5% e σ_M = 20%, qual deverá ser a composição da carteira óptima para esse investidor?

U = Wm*RM+(1-Wm)*Rf – A/2 Wm^2 VAR(M)

dU/dWm = RM – RF – AWnVAR(M) = 0

Wm = (RM-RF)/[A*VAR(M)]

Wm = (0,1-0,05)/(%*0,04) = 0,25 => WRf = 0,75

Resolução alternativa:

Max $U_p = E(r_p) - \frac{5}{2}\sigma_p^2$

Sujeito a $E(r_p) = 5\% + \frac{10\% - 5\%}{20\%}\sigma_p$

É equivalente a

Max $U_p = 5\% + \frac{10\% - 5\%}{20\%}\sigma_p - \frac{5}{2}\sigma_p^2$

Condição de 1ª ordem:

$$\frac{dU_p}{d\sigma_p} = \frac{5\%}{20\%} - 5\sigma_p = 0 \Leftrightarrow \sigma_p = 0.05$$

Portanto,

$$\sigma_p = 0.05 \Leftrightarrow w_M \times 20\% = 5\% \Leftrightarrow w_M = \frac{5}{20} = 25\%$$

E

$$w_f = 100\% - 25\% = 75\%.$$

b) Mostre que se o índice de Sharpe de uma carteira for superior ao índice de Sharpe do mercado, o alpha de Jensen da carteira é necessariamente positivo.

IS de P = (Rp-Rf)/DP(P)> (Rm-Rf)/DP(M)

Alfa de P >0

Rp – [Rf+Beta (Rm-Rf)]>0

Se Correl (P,M) = +1 (hipótese pessimista em que todo o risco da carteira é sistemático)

Então
Rp – [Rf + DP(P)/DP(M) * (Rm-Rf)] >0

De onde virá por último que:

(Rp-Rf)/DP(P) > (Rm-Rf)/DP(M)

c) Caso se aplique o modelo de Gordon na avaliação de uma acção, em que condições é que o seu VAOC (Valor Actual das Oportunidades de Crescimento) poderá ser negativo?

EPS1*tdd/(r-g) < EPS1/r
r*tdd < r –g
r(1-g/ROE) < r –g
r/ROE>1 => r>ROE

<u>CASO 2</u> (7 valores)

a) A data de liquidação (settlement date) desta obrigação corresponde a 13/Jun/2012 (data de negociação mais 3 dias úteis, o que neste caso corresponde a 5 dias de calendário devido ao fim de semana).

Esta obrigação vai gerar apenas 2 cash-flows até à sua maturidade:

- um cash-flow a 16/Jan/2013, ou seja dentro de $\frac{366-149}{366} = 0{,}593$ anos, no valor de $6\% \times \frac{366}{360} = 6{,}100\%$ do par
- um cash-flow a 16/Jan/2014, ou seja dentro de 1,593 anos, no valor de $6\% \times \frac{365}{360} + 98\% = 104{,}083\%$ do par

As taxas de juro spot a 0,593 e a 1,593 anos, necessárias para descontar estes cash-flows, são obtidas por interpolação linear:

$$r(0;0{,}593) = r(0;0{,}5) + \frac{r(0;1) - r(0;0{,}5)}{1-0{,}5} \times (0{,}593 - 0{,}5) = 1{,}5\% + \frac{2\% - 1{,}5\%}{1-0{,}5} \times (0{,}593 - 0{,}5) = 1{,}593\%$$

$$r(0;1{,}593) = r(0;1{,}5) + \frac{r(0;2) - r(0;1{,}5)}{2-1{,}5} \times (1{,}593 - 1{,}5) = 2{,}25\% + \frac{2{,}4\% - 2{,}25\%}{2-1{,}5} \times (1{,}593 - 1{,}5) = 2{,}278\%$$

Como estas taxas são para o mesmo nível de risco da obrigação (A-), não é necessário considerar nenhum credit spread, pelo que o valor justo da obrigação é

$$B_0 = \frac{6{,}100\%}{(1+1{,}593\%)^{0{,}593}} + \frac{104{,}083\%}{(1+2{,}278\%)^{1{,}593}} = 106{,}458\%$$

do par.

b) Para formular a decisão de trading temos que calcular o valor de transacção, que se obtém somando os juros vencidos ao valor de cotação. Como temos 149 dias de juros vencidos, os juros vencidos correspondem a

$$JV = \frac{149}{360} \times 6\% = 2{,}483\%$$

do par. Alternativamente, podíamos calcular os juros vencidos como

$$JV = \frac{149}{366} \times 6{,}100\% = 2{,}483\%.$$

O valor de transacção é então de

$$VT_{bid} = VC_{bid} + JV = 103{,}50\% + 2{,}483\% = 105{,}983\%$$
$$VT_{ask} = VC_{ask} + JV = 103{,}75\% + 2{,}483\% = 106{,}233\%.$$

Uma vez que

$$VT_{bid} < VT_{ask} < B_0$$

a decisão de trading será a de comprar a obrigação.

c.i) Dado que as obrigações têm o mesmo risco, estas podem ser comparadas directamente através das suas yield-to-maturity. Para além disso, uma vez que a yield-to-maturity assume o investimento até à maturidade da obrigação, convém que as obrigações tenham sensivelmente a mesma maturidade (o que é o caso), para que a comparação através da yield-to-maturity faça sentido.

Em vez de calcular a yield-to-maturity da obrigação da alínea a), podemos descontar os cash-flows desta obrigação à yield-to-maturity da segunda obrigação para determinar qual das obrigações tem uma yield-to-maturity mais elevada. Neste caso

$$\frac{6{,}100\%}{(1 + 2{,}500\%)^{0{,}593}} + \frac{104{,}083\%}{(1 + 2{,}500\%)^{1{,}593}} = 106{,}080\% < VT_{ask} = 106{,}233\%$$

pelo que a obrigação da alínea a) tem uma yield-to-maturity ask inferior a 2,5%.

Assim sendo, deve-se optar pelo investimento na segunda obrigação já que tem o mesmo risco, idêntica maturidade mas uma maior yield-to-maturity.

c.ii) Sim, a decisão continuaria a ser comprar a segunda obrigação. Muito embora as obrigações não tenham o mesmo rating, e isso possa explicar diferenças nas yield-to-maturity, a segunda obrigação tem um rating mais elevado (logo menor risco) do que a obrigação da alínea a). Quer isto dizer que a segunda obrigação não só apresenta menor risco, como também proporciona uma rentabilidade mais elevada, pelo que é inequivocamente a melhor alternativa de investimento.

d) Para calcular a TRR esperada, o primeiro cash-flow de 5% do par terá que ser capitalizado por 0,5 anos (do ano 1 para o ano 1,5) e o segundo cash-flow de 105% do par terá que ser actualizado 0,5 anos (do ano 2 para o ano 1,5). Para tal necessitamos de calcular as taxas forward que representam a expectativa da futura taxa spot a 6 meses dentro de 1 ano, e futura taxa spot a 6 meses dentro de 1,5 anos, respectivamente.

$$f(0;1;1{,}5) = \left(\frac{\left(1 + r(0;1{,}5)\right)^{1{,}5}}{\left(1 + r(0;1)\right)^{1}}\right)^{\frac{1}{1{,}5-1}} - 1 = \left(\frac{(1 + 2{,}25\%)^{1{,}5}}{(1 + 2\%)^{1}}\right)^{\frac{1}{1{,}5-1}} - 1 = 2{,}752\%$$

$$f(0;1{,}5;2) = \left(\frac{\left(1 + r(0;2)\right)^{2}}{\left(1 + r(0;1{,}5)\right)^{1{,}5}}\right)^{\frac{1}{2-1{,}5}} - 1 = \left(\frac{(1 + 2{,}4\%)^{2}}{(1 + 2{,}25\%)^{1{,}5}}\right)^{\frac{1}{2-1{,}5}} - 1 = 2{,}851\%$$

A TRR é então

$$TRR = \left(\frac{5\% \times (1 + 2{,}752\%)^{0{,}5} + \frac{105\%}{(1 + 2{,}851\%)^{0{,}5}}}{103\%}\right)^{\frac{1}{1{,}5}} - 1 = 3{,}594\%$$

e) Esta obrigação tem o primeiro cupão longo, dado que começa a vencer juros a 19/Ago/2011 e o primeiro cupão vence em 16/Jan/2013, sensivelmente 1 ano e 5 meses depois.

Para avaliar esta obrigação temos primeiro que determinar o valor dos cash-flows gerados. Existem apenas 2 cash-flows até à sua maturidade:

- um cash-flow a 16/Jan/2013, ou seja dentro de $\frac{366-149}{366} = 0{,}593$ anos, no valor de $4\% \times \left(\frac{150}{365} + \frac{366}{366}\right) = 5{,}644\%$ do par
- um cash-flow a 16/Jan/2014, ou seja dentro de 1,593 anos, no valor de $4\% \times \frac{365}{365} + 100\% = 104\%$ do par

Para determinar o valor do primeiro cupão (o cupão longo), é necessário dividir o período de cupão longo em 2 sub-períodos: 1 sub-período de cupão regular, de 16/Jan/2012 a 16/Jan/2013, onde temos 366 dias; e um sub-período de cupão curto de 19/Ago/2011 a 16/Jan/2012, onde temos 150 dias. O sub-período de 16/Jan/2012 a 16/Jan/2013 corresponde a 1 ano na base de calendário ACT/ACT (366/366 neste caso). Quanto ao sub-período de 19/Ago/2011 a 16/Jan/2012, para sabermos se corresponde a 150/365 ou a 150/366 anos temos que considerar o período de cupão regular fictício entre 16/Jan /2011 e 16/Jan/2012 (que inclui o nosso sub-período curto). Como neste período de cupão regular fictício contamos 365 dias, então o sub-período de 19/Ago/2011 a 16/Jan/2012 corresponde a 150/365 anos. Finalmente, o período de cupão longo corresponde a 150/365+1 anos, o que a multiplicar pela taxa de cupão de 4% (nominal anual) resulta num primeiro cupão de 5,644%.

Para descontar estes cash-flows usamos as taxas spot interpoladas na alínea a), não esquecendo o ajustamento necessário para reflectir o facto de as taxas de juro serem para um nível de risco A- e a obrigação a avaliar ter um risco AA+. O credit spread do rating AA+ face ao rating A- é de

$$cs_{AA+/A-} = cs_{AA+/MMI} - cs_{A-/MMI} = -0{,}35\% - 0{,}60\% = 0{,}95\%$$

pois se o rating AA+ é menos arriscado que o MMI "em -0,35%", e o rating A- é mais arriscado que o MMI "em 0,60%", então o rating AA+ é menos arriscado que o A- "em -0,95%".

O valor da obrigação é então

$$B_0 = \frac{5{,}644\%}{(1 + 1{,}593\% - 0{,}95\%)^{0{,}593}} + \frac{104\%}{(1 + 2{,}278\% - 0{,}95\%)^{1{,}593}} = 107{,}460\%$$

Quantos aos juros vencidos, já decorreram os 150 dias do primeiro sub-período de 19/Ago/2011 a 16/Jan/2012, e 149 dias do segundo sub-período de 16/Jan/2012 a 16/Jan/2013, pelo que os juros vencidos são

$$JV = 4\% \times \left(\frac{150}{365} + \frac{149}{366}\right) = 3{,}272\%$$

<u>CASO 3</u> (7 valores)

A.1)

$$S_A = \frac{E(R_A) - r_f}{\sigma_A} \Leftrightarrow 0.125 = \frac{E(R_A) - 2\%}{32\%} \Leftrightarrow E(R_A) = 6\%$$

$$\beta_B = \frac{\rho_{B,M} \times \sigma_B}{\sigma_M} = \frac{0.8 \times 25\%}{25\%} = 0.8$$

$$T_B = \frac{E(R_B) - r_f}{\beta_B} \Leftrightarrow 0.075 = \frac{E(R_B) - 2\%}{0.8} \Leftrightarrow E(R_B) = 8\%$$

$$\alpha_C = E(R_C) - (r_f + \beta_C(E(R_M) - r_f))$$

Onde $\beta_C = \frac{\rho_{C,M} \times \sigma_C \times \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{C,M} \times \sigma_C}{\sigma_M} = \frac{1 \times 25\%}{25\%} = 1$

and $S_M = \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}$

$0.2 = \frac{E(R_M)-2\%}{25\%}$⇔E($R_M$)=7%

replacing

$-1\% = E(R_C) - (2\% + 1 \times (7\% - 2\%)) \Leftrightarrow E(R_C)$ =6%

A.2) Para um investidor particular de reduzida dimensão, o risco específico é relevante. Assim sendo, os diferentes fundos devem ser comparados com base no índice de Sharpe e não com base no índice de Treynor.

Fundo A

$S_A = 0.125$

Fundo B

$$S_B = \frac{E(R_B) - r_f}{\sigma_B} = \frac{8\% - 2\%}{25\%} = 0.24$$

Fundo C

$$S_C = \frac{E(R_C) - r_f}{\sigma_C} = \frac{6\% - 2\%}{25\%} = 0.16$$

O Fundo B é aquele que apresenta um melhor performance de acordo com o índice de Sharpe, sendo portanto aquele que melhor remunera o risco total (sistemático mais específico).

B.1) O objectivo é encontrar uma combinação entre os fundos A e B com um beta igual a 1 (o beta do mercado).

Uma vez que

$$\beta_A = \frac{\rho_{A,M} \times \sigma_A}{\sigma_M} = \frac{0.9766 \times 32\%}{25\%} = 1.25$$

os pesos de cada fundo no portfolio serão

$$\begin{cases} 1.25 w_A + 0.8 w_B = 1 \\ w_A + w_B = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_A = 44.44\% \\ w_B = 55.56\% \end{cases}$$

B.2) A rendibilidade da carteira é dada por

$$E(r_p) = 44.44\% \times 6\% + 55.56\% \times 8\% = 7.1112\%$$

e o risco total é dado por

$$\sigma_p = \sqrt{(w_A \sigma_A)^2 + (w_B \sigma_B)^2 + 2 w_B \sigma_B w_A \sigma_A \rho_{A,B}}$$

$$\sigma_p = \sqrt{(44.44\% \times 32\%)^2 + (55.56\% \times 25\%)^2 + 2 \times 44.44\% \times 55.56\% \times 32\% \times 25\% \times 0.78125}$$

$\sigma_p = 26.529\%$

B.3) A carteira é eficiente se e só se esta pertencer à Capital Market Line (CML), que é descrita pela seguinte equação

$$E(r_p) = 2\% + \frac{7\% - 2\%}{25\%}\sigma_p$$

Usando os resultados da questão B.2

$$7.1112\% = 2\% + \frac{7\% - 2\%}{25\%} \times 26.529\%$$

$$7.1112\% = 7.3058\%$$

Esta proposição é falsa, pelo que a carteira não pertence à CML e logo não é eficiente. Seria possível obter uma rentabilidade mais elevada (de 7.3058%) através da combinação da carteira de mercado com o activo sem risco para o mesmo nível de risco (26.529%).

B.4) O risco específico dos fundos A e B é

$\sigma_{\varepsilon A} = \sqrt[2]{(\sigma_A)^2 - (\beta_A \sigma_M)^2} = \sqrt[2]{(32\%\ \ )^2 - (1.25 \times 25\%)^2} = 6.89\%$

$\sigma_{\varepsilon B} = \sqrt[2]{(\sigma_B)^2 - (\beta_B \sigma_M)^2} = \sqrt[2]{(25\%)^2 - (0.8 \times 25\%)^2} = 15\%$

E o risco específico da carteira é

$\sigma_{\varepsilon P} = \sqrt[2]{(w_A \times \sigma_{\varepsilon A})^2 + (w_B \times \sigma_{\varepsilon B})^2} = \sqrt[2]{(44.44\% \times 6.89\%)^2 + (55.56\% \times 15\%)^2} = 8.88\%$

O risco específico da carteira pode também ser obtido da seguinte forma

$$\sigma_{\varepsilon_p} = \sqrt{(0.26529)^2 - 1^2 \times (0.25)^2} \cong 8.88\%.$$

<u>CASO 4</u> (4 valores)

a)

Determinação da TDD relativa aos resultados de 2013, a pagar em Junho de 2014:

68/80 = 85%

Determinação do g:

$$g = RoE \times (1 - TDD) \Rightarrow g = 25\% \times (1 - 85\%) \Rightarrow g = 3.75\%$$

Determinação da taxa de rendibilidade exigida para as acções da empresa Face look através do CAPM:

Se Rm = 12% e Rm – Rf = 6%, então Rf = 6%

$$R = Rf + Beta \times (Rm - Rf) \Rightarrow R = 6\% + 1.5 \times 6\% \Rightarrow R = 15\%$$

Anos	Dividendos	DPS
2012*	10	0.1
2013	15	0.15
2014	68	0.68
2015	70.55	0.7055

(*)Os dividendos de 2012 não são considerados uma vez que estamos a fazer a avaliação após o pagamento dos mesmos

Valor de equilíbrio da acção:

$$Po = \frac{0.15}{(1+15\%)^1} + \frac{0.68}{(1+15\%)^2} + \frac{\frac{0.7055}{15\% - 3.75\%}}{(1+15\%)^2} \Rightarrow Po = 5.3865$$

Ou

$$Po = \frac{0.15}{(1+15\%)^1} + \frac{\frac{0.68}{15\% - 3.75\%}}{(1+15\%)} \Rightarrow Po = 5.3865$$

Cotação actual = Capitalização bolsista / número de acções = 475 / 100 = 4.75

Decisão de trading: comprar (o valor de equilíbrio das acções é superior ao seu valor de mercado).

b)

VAOC = Preço com crescimento – Preço sem crescimento

Preço com crescimento = 5.3865

Preço sem crescimento = ?

com TDD = 100% nos resultados de 2013 e nos anos seguintes, então g = 0%

Anos	Dividendos	DPS
2012*	10	0.1
2013	15	0.15
2014	80	0.8
2015	80	0.8

(*)Os dividendos de 2012 não são considerados uma vez que estamos a fazer a avaliação após o pagamento dos mesmos

Valor de equilíbrio da acção sem crescimento:

$$Po = \frac{0.15}{(1+15\%)^1} + \frac{0.8}{(1+15\%)^2} + \frac{\frac{0.8}{15\%}}{(1+15\%)^2} \Rightarrow Po = 4.7681$$

Ou

$$Po = \frac{0.15}{(1+15\%)^1} + \frac{\frac{0.8}{15\%}}{(1+15\%)} \Rightarrow Po = 4.7681$$

Determinar o valor do VAOC:

$$VAOC = Poc / cresc. - Pos / cresc. = 5.3865 - 4.7681 = 0.6184$$

Como RoE (25%) é maior R (15%) então o VAOC é maior que zero

c)

PER sector 2012 = 10x
PER Face look 2012 = Cotação actual / EPS 2012 = 4.75 / 0.5 = 9.5x está abaixo do PER do mercado, logo a decisão será comprar

PER sector 2013 = 7x
PER Face Look 2013 = Cotação actual / EPS 2013 = 4.75 / 0.8 = 5.94x está abaixo do PER do sector, logo a decisão será comprar

Decisão: Colocar na carteira pois o PER 2012 e PER 2013 da empresa é inferior ao PER do sector e valor de Equilíbrio é maior que cotação actual.
Nota: EPS 2012 e EPS 2013, corresponde aos Resultados de cada um dos anos a dividir pelo número de acções da empresa.

EPS 2012 = 50/100 = 0.5
EPS 2013 = 80/100 = 0.8

d)

Cotação em Junho de 2013 = Capitalização bolsista nessa data / número de acções

> 618 / 100 = 6.18

$$P2013 = \frac{Div2014}{r-g} \Rightarrow 6.18 = \frac{0.68}{15\% - g} \Rightarrow g = 4\%$$