

CASO 1 (2x2=4 valores; 2x1.5=3 valores)

- a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “Qualquer carteira situada sobre a *Capital Market Line* é uma carteira completamente diversificada”.

Afirmação verdadeira. Isto porque qualquer carteira sobre a CML corresponde a uma combinação entre a carteira cópia de mercado e o activo sem risco, tendo assim apenas risco de mercado.

- b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “Qualquer acção situada acima da *Security Market Line* deve ser comprada”.

Afirmação verdadeira sse a acção a adquirir for inserida numa carteira completamente diversificada.

Caso contrário, a remuneração esperada para a acção pode não ser suficiente para compensar o seu nível de risco específico.

- c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “A escolha da composição óptima de activos com risco depende da função de utilidade do investidor”.

Afirmação verdadeira sse não for possível investir no activo sem risco (modelo de Markowitz).

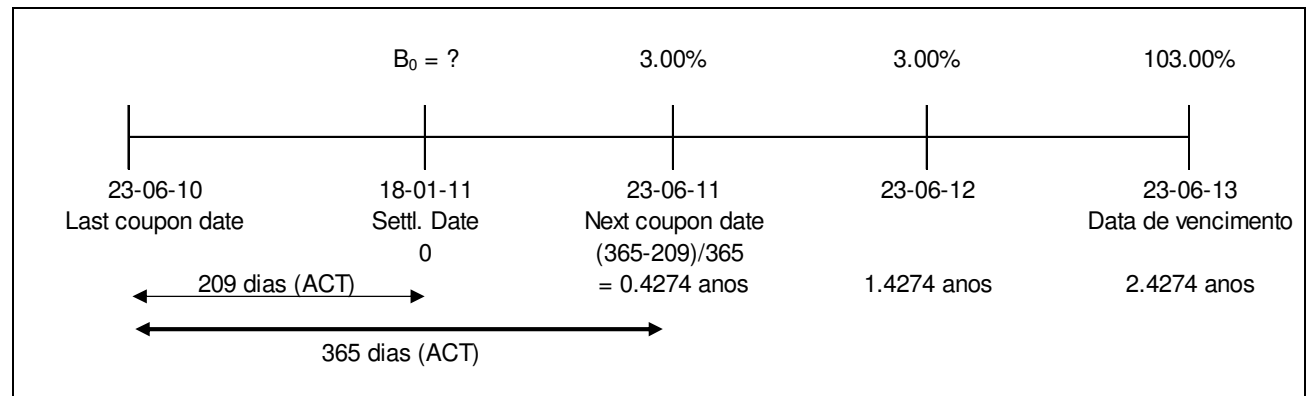
Caso contrário (modelo de Tobin), a composição óptima de activos com risco em nada dependerá da função de utilidade do investidor e será dada pelo ponto de tangência entre a Fronteira Eficiente Global e a Fronteira Eficiente de Markowitz.

CASO 2 (0 valores; 7 valores)

a)

Settlement date = 13/01/2011 + 5 dias de calendário = 18/01/2011.

Pretende-se avaliar uma obrigação do Tesouro com os seguintes *cash flows* vindendos:



Portanto,

$$B_0 = \frac{3\%}{[1 + r(0,0.4274)]^{0.4274}} + \frac{3\%}{[1 + r(0,1.4274)]^{1.4274}} + \frac{103\%}{[1 + r(0,2.4274)]^{2.4274}}$$

As taxas *spot* a 1.4274 e 2.4274 anos podem ser obtidas via interpolação linear:

$$r(0,1.4274) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{1.4274 - 1}{2 - 1} \approx 1.714\%;$$

$$r(0,2.4274) \approx 2\% + (2.5\% - 2\%) \times \frac{2.4274 - 2}{3 - 2} \approx 2.214\%;$$

A taxa *spot* a 0.4274 anos pode ser obtida via extrapolação linear:

$$r(0,0.4274) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.4274 - 1}{2 - 1} \approx 1.214\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{3\%}{[1 + 1.214\%]^{0.4274}} + \frac{3\%}{[1 + 1.714\%]^{1.4274}} + \frac{103\%}{[1 + 2.214\%]^{2.4274}} \approx 103.58\%.$$

b)

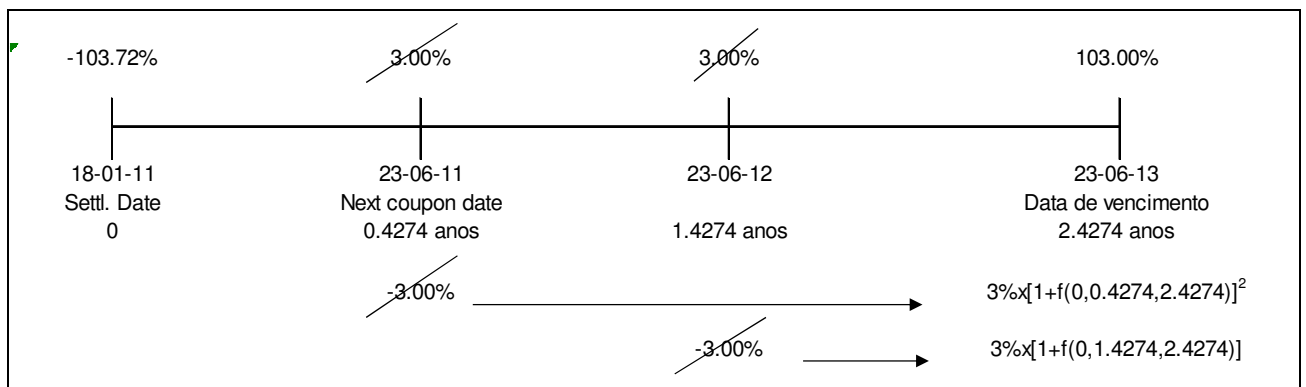
$$AI_0 = 3\% \times \frac{209}{365} \cong 1.718\%.$$

$$VT_0^{bid} = 101.90\% + 1.72\% \cong 103.62\% > 103.58\% = B_0 \Rightarrow \text{Vender};$$

$$VT_0^{ask} = 102.00\% + 1.72\% \cong 103.72\% > 103.58\% = B_0 \Rightarrow \text{Não comprar}.$$

c)

Assumir que as taxas de juro irão evoluir de acordo com as actuais expectativas do mercado significa assumir que as futuras taxas *spot* corresponderão às actuais taxas *forward*, ou seja, significa definir os seguintes *cash flows* para a operação:



Cálculo das taxas forward:

$$[1 + 2.214\%]^2 = [1 + 1.714\%] \times [1 + f(0, 1.4274, 2.4274)] \Rightarrow f(0, 1.4274, 2.4274) \cong 2.932\%;$$

$$[1 + 2.214\%]^2 = [1 + 1.214\%] \times [1 + f(0, 0.4274, 2.4274)]^2 \Rightarrow f(0, 0.4274, 2.4274) \cong 2.429\%.$$

Portanto,

$$103.72\% \times (1 + TRR)^{2.4274} = 3\% \times (1 + 2.429\%)^2 + 3\% \times (1 + 2.932\%) + 103\%$$

$$\Leftrightarrow TRR \cong 2.157\%.$$

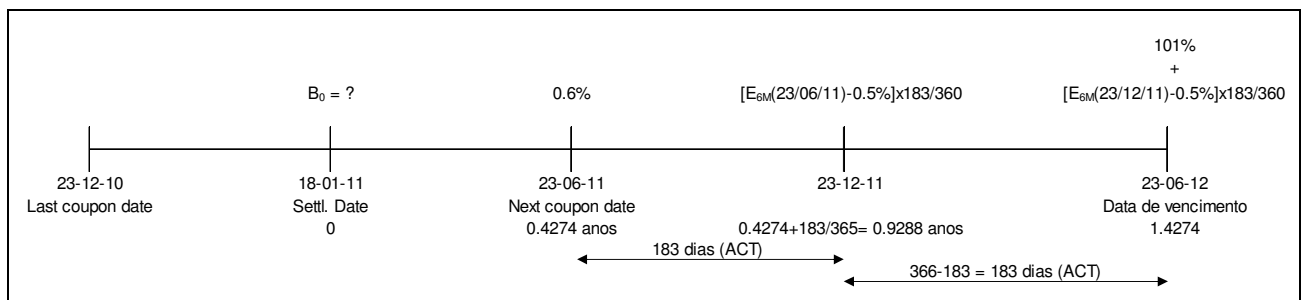
d)

$$DFW = \frac{0.4274 \times \frac{3\%}{[1 + 1.214\%]^{0.4274}} + 1.4274 \times \frac{3\%}{[1 + 1.714\%]^{1.4274}} + 2.4274 \times \frac{103\%}{[1 + 2.214\%]^{2.4274}}}{103.58\%}$$

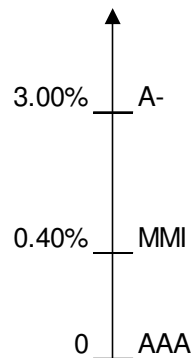
$$\cong 2.3415.$$

e)

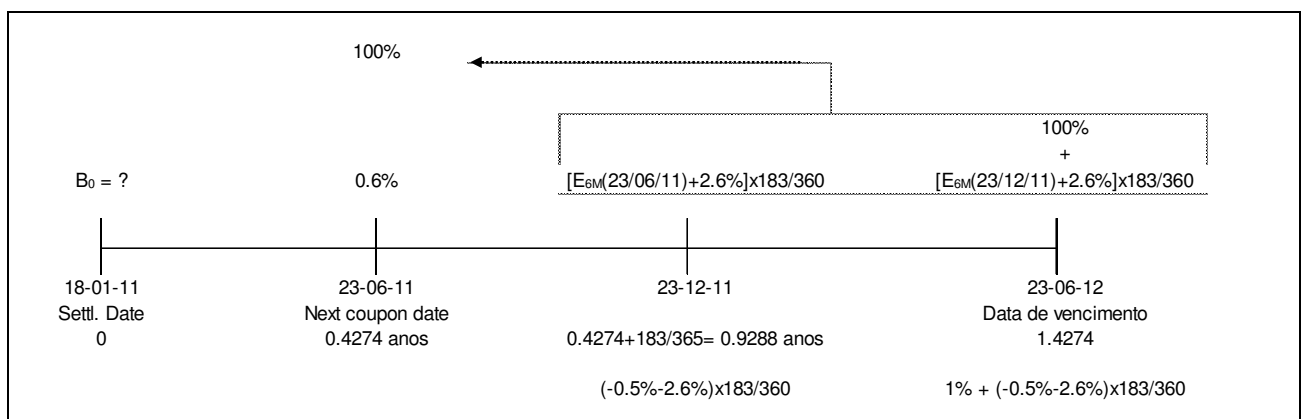
Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Atendendo à seguinte escala de risco de crédito,



tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



Taxas de actualização com risco AAA:

$$r(0, 0.4274) \cong 1.214\%;$$

$$r(0, 0.9288) \approx 1.5\% + (2\% - 1.5\%) \times \frac{0.9288 - 1}{2 - 1} \cong 1.464\%;$$

$$r(0,1.4274) \cong 1.714\%.$$

Portanto,

$$B_0 = \frac{100\% + 0.6\%}{(1 + 1.214\% + 3\%)^{0.4274}} + \frac{(-0.5\% - 2.6\%) \times 183/360}{(1 + 1.464\% + 3\%)^{0.9288}} + \frac{1\% + (-0.5\% - 2.6\%) \times 183/360}{(1 + 1.714\% + 3\%)^{1.4274}}$$

$$\cong 96.79\%.$$

CASO 3 (11 valores; 7 valores)

a)

Atendendo à actual composição da carteira,

$$E(r_p) = 20\% \times 0.4 + 4\% \times 0.35 + 15\% \times 0.25 = 13.15\%;$$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= (0.4 \times 0.3)^2 + (0.35 \times 0.05)^2 + (0.25 \times 0.16)^2 \\ &+ 2 \times 0.4 \times 0.35 \times 0.3 \times 0.05 \times (-0.3) + 2 \times 0.4 \times 0.25 \times 0.3 \times 0.16 \times 0.2 \\ &+ 2 \times 0.35 \times 0.25 \times 0.05 \times 0.16 \times 0.1 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.0171 \Rightarrow \sigma_p \cong 13.079\%.$$

b)

Pretende-se calcular $E(r_{MVP})$.

$$\underset{E(r_p)}{MIN} \sigma_p^2 = 1.807 E(r_p)^2 - 0.1922 E(r_p) + 0.007115$$

Condição de 1ª ordem:

$$\frac{d\sigma_p^2}{dE(r_p)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d[1.807E(r_p)^2 - 0.1922E(r_p) + 0.007115]}{dE(r_p)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \times 1.807E(r_p) - 0.1922 = 0$$

$$\Leftrightarrow E(r_{mvp}) = \frac{0.1922}{2 \times 1.807} \cong 5.319\%.$$

Portanto,

$$\begin{cases} 5.319\% = 20\% \times 0.065 + 4\% \times w_{OBR} + 15\% \times w_{IMOB} \\ 0.065 + w_{OBR} + w_{IMOB} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.04019 = 4\% \times (0.935 - w_{IMOB}) + 15\% \times w_{IMOB} \\ w_{OBR} = 0.935 - w_{IMOB} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_{IMOB} = \frac{0.04019 - 4\% \times 0.935}{15\% - 4\%} \cong 2.54\% \\ w_{OBR} = 0.935 - 0.0254 = 90.96\% \end{cases}$$

c)

No âmbito do modelo de Markowitz (i.e. não existindo o activo sem risco), a eficiência da actual composição da carteira de acções requer a satisfação de 2 condições:

$$i) E(r_p) = 13.15\% > E(r_{mvp}) = 5.319\%.$$

ii) A actual composição deve pertencer à *portfolio frontier*, i.e.

$$0.0171 = 1.807 \times (0.1315)^2 - 0.1922 \times 0.1315 + 0.007115$$

$$\Leftrightarrow 0.0171 = 0.01309$$

Proposição falsa. Trata-se, portanto, de uma carteira não eficiente.

d)

Para o actual nível de risco da carteira ($\sigma_p^2 = 0.0171$), a taxa de rentabilidade mínima a exigir deverá ser igual a 14.46% (ao invés dos actuais 13.15%), pois:

$$0.0171 = 1.807 E(r_p)^2 - 0.1922 E(r_p) + 0.007115$$

$$\Leftrightarrow 1.807 E(r_p)^2 - 0.1922 E(r_p) - 0.009985 = 0$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) = \frac{0.1922 \pm \sqrt{(-0.1922)^2 - 4 \times 1.807 \times (-0.009985)}}{2 \times 1.807}$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) \cong 14.46\% \quad \text{ou} \quad E(r_p) \cong -3.82\%$$

Consequentemente, e visto que $w_{ACC} = 23.44\%$, a nova composição da carteira deverá ser a seguinte:

$$\begin{cases} 14.46\% = 20\% \times 0.2344 + 4\% \times w_{OBR} + 15\% \times w_{IMOB} \\ 0.2344 + w_{OBR} + w_{IMOB} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.09772 = 4\% \times (0.7656 - w_{IMOB}) + 15\% \times w_{IMOB} \\ w_{OBR} = 0.7656 - w_{IMOB} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_{IMOB} = \frac{0.09772 - 4\% \times 0.7656}{15\% - 4\%} \cong 61\% \\ w_{OBR} = 0.7656 - 0.61 = 15.56\% \end{cases}$$

e)

Taxa de rentabilidade esperada e nível de risco da carteira de tangência:

$$E(r_T) = 20\% \times 0.1125 + 4\% \times 0.698 + 15\% \times 0.1894 = 7.884\%;$$

$$\sigma_T^2 = 1.807 \times (0.07884)^2 - 0.1922 \times 0.07884 + 0.007115 \cong 0.003190$$

$$\Rightarrow \sigma_T \cong 5.648\%$$

Equação da Fronteira Eficiente Global:

$$E(r_p) = 1\% + \frac{7.884\% - 1\%}{5.648\%} \sigma_p$$

Para o actual nível de risco da carteira ($\sigma_p \cong 13.079\%$), a taxa de rentabilidade mínima a exigir deverá ser igual a:

$$E(r_p) = 1\% + \frac{7.884\% - 1\%}{5.648\%} \times 13.079\% \cong 16.94\%.$$

Nova composição da carteira:

$$\begin{cases} 16.94\% = 1\% \times w_f + 7.884\% \times w_T \\ w_f + w_T = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16.94\% = 1\% \times (1 - w_T) + 7.884\% \times w_T \\ w_f = 1 - w_T \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_T = \frac{16.94\% - 1\%}{7.884\% - 1\%} \cong 231.55\% \\ w_f = 100\% - 231.55\% = -131.55\% \end{cases}$$

Isto é, o Fundo de fundos GN deve:

i) Contrair um financiamento no valor de 131.55% da carteira; e

ii) Investir as seguintes percentagens em

ii.1) Fundos de acções = 231.55% x 11.25% = 26.05%;

ii.2) Fundos de obrigações = 231.55% x 69.8% = 161.62%; e

ii.3) Fundos imobiliários = 231.55% x 18.94% = 43.86%.

f)

$$\underset{E(r_p), \sigma_p}{MAX} U_p = E(r_p) - 5\sigma_p^2$$

$$\text{Sujeito a } E(r_p) = 1\% + \frac{7.884\% - 1\%}{5.648\%} \sigma_p$$

Lagrangiana:

$$\underset{E(r_p), \sigma_p, \lambda}{MAX} L = E(r_p) - 5\sigma_p^2 + \lambda [E(r_p) - 1\% - 1.2188\sigma_p]$$

Condições de 1ª ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow 1 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p} = 0 \Leftrightarrow -10\sigma_p - 1.2188\lambda = 0 \xRightarrow{\lambda=-1} \sigma_p = \frac{1.2188}{10} \cong 12.188\%$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow E(r_p) - 1\% - 1.2188\sigma_p = 0 \xRightarrow{\sigma_p=12.188\%} E(r_p) = 1\% + 1.2188 \times 12.188\%$$

$$\Leftrightarrow E(r_p) \cong 15.855\%$$

Nova composição da carteira:

$$\begin{cases} 15.855\% = 1\% \times w_f + 7.884\% \times w_T \\ w_f + w_T = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15.855\% = 1\% \times (1 - w_T) + 7.884\% \times w_T \\ w_f = 1 - w_T \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_T = \frac{15.855\% - 1\%}{7.884\% - 1\%} \cong 215.79\% \\ w_f = 100\% - 215.79\% = -115.79\% \end{cases}$$

Isto é, o Fundo de fundos GN deve:

i) Contrair um financiamento no valor de 115.79% da carteira; e

ii) Investir as seguintes percentagens em

ii.1) Fundos de acções = 215.79% x 11.25% = 24.28%;

ii.2) Fundos de obrigações = 215.79% x 69.8% = 150.62%; e

ii.3) Fundos imobiliários = 215.79% x 18.94% = 40.87%.

g)

Sendo o parâmetro alfa de Jensen da sub-carteira de acções do Fundo GN igual a 2%, então

$$2\% = E(r_{ACC}) - E^{SML}(r_{ACC})$$

$$\Rightarrow E^{SML}(r_{ACC}) = 20\% - 2\% = 18\%.$$

Admitindo os pressupostos do CAPM, então:

$$E(r_M) = E(r_T) = 7.884\%;$$

$$\sigma_M = \sigma_T \cong 5.648\%; \text{ e}$$

$$E^{SML}(r_{ACC}) = r_f + [E(r_M) - r_f] \times \beta_{ACC}$$

$$\Rightarrow 18\% = 1\% + (7.884\% - 1\%) \times \beta_{ACC}$$

$$\Rightarrow \beta_{ACC} = \frac{18\% - 1\%}{7.884\% - 1\%} \cong 2.47.$$

Atendendo à definição do parâmetro beta, então

$$2.47 = \frac{\sigma_{ACC} \sigma_M \rho_{ACC,M}}{\sigma_M^2}$$

$$\Rightarrow 2.47 = \frac{30\% \times \rho_{ACC,M}}{5.648\%}$$

$$\Leftrightarrow \rho_{ACC,M} \cong 0.465.$$

h)

$$\sigma_{ACC}^2 = \beta_{ACC}^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_{ACC}}^2$$

$$\Rightarrow (30\%)^2 = (2.47 \times 0.05648)^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\varepsilon_p} = \sqrt{(30\%)^2 - (2.47 \times 0.05648)^2} \cong 26.559\% \neq 0.$$

Carteira com risco específico i.e. não completamente diversificada. Consequentemente, é possível diversificar mais a carteira.