

Casos

Caso 3.1

Considere as seguintes informações relativas a duas acções:

	Acção A	Acção B
Rendibilidade esperada	15%	10%
Desvio padrão da rentabilidade esperada	12%	8%
Valor de cotação	EUR10	EUR15

Coefficiente de correlação linear entre as rentabilidades esperadas das acções A e B = 0.5.

Pretende-se que:

- a) Supondo que o investidor pretende aplicar EUR120,000 e obter um rendimento esperado de 10.5%, determine a composição da carteira a constituir bem como o desvio padrão da respectiva taxa de rentabilidade.
- b) Analise a eficiência da carteira definida na alínea anterior.
- c) Repita as alíneas (a) e (b), admitindo que o investidor pretende agora obter um rendimento esperado de 12%.
- d) Sabendo que o investidor pode realizar aplicações e contrair empréstimos à taxa de juro sem risco de 6%:
 - d.1) Mantém a composição estabelecida na alínea (c) para uma carteira eficiente a um nível de rentabilidade esperada de 12%?
 - d.2) Caso contrário, determine a composição e o desvio padrão da taxa de rentabilidade para a nova carteira.

Caso 3.2

O Fundo de Investimento ESC pretende otimizar a decomposição da sua carteira de activos em três grandes áreas de negócios: obrigações, acções e imobiliário. O quadro seguinte resume as previsões efectuadas sobre a evolução dos três segmentos de mercado durante o próximo ano bem como a actual composição da carteira do Fundo ESC.

	Obrigações	Acções ¹	Imobiliário
Taxa de rentabilidade esperada	4.0%	10%	20%
Desvio-padrão da taxa de rentabilidade	3.0%	20%	15%
Parâmetro beta	-	0.8	-
Composição actual da carteira	50%	20%	30%

As correlações históricas entre as taxas de rentabilidade dos diversos mercados são resumidas no quadro seguinte:

	Obrigações	Acções	Imobiliário
Obrigações	1		
Acções	-0.4	1	
Imobiliário	0.6	0.0	1

Com base nos elementos anteriores, deduziu-se a seguinte equação para a *fronteira eficiente de Markowitz*:

$$\sigma_p^2 = 0.6722E(r_p)^2 - 0.0377E(r_p) + 0.001 \quad \wedge \quad E(r_p) \geq 2.80\%$$

Pretende-se que:

- Analise a eficiência da actual composição do Fundo ESC.
- Calcule os níveis de rentabilidade esperada e de risco que o Fundo ESC deverá ter por objectivo, assumindo a seguinte função de utilidade: $U \equiv \exp[E(r_p) - 6\sigma_p^2]$.
- Sabendo que os Bilhetes do Tesouro a um ano estão actualmente cotados a 96.15%, qual a taxa de rentabilidade esperada a 1 ano para o índice Dow Jones Eurostock 50?

¹ As previsões para o mercado accionista baseiam-se no índice Dow Jones Eurostock 50.

Caso 3.3

O Fundo de Investimento ESC pretende otimizar a decomposição da sua carteira de activos em quatro grandes áreas de negócios: obrigações, acções, imobiliário e liquidez (ou seja, depósitos bancários). O quadro seguinte resume as previsões efectuadas sobre a evolução dos quatro segmentos de mercado durante o próximo ano bem como a actual composição da carteira do Fundo ESC.

	Obrigações	Acções ²	Imobiliário	Liquidez
Taxa de rentabilidade esperada	4.0%	8%	20%	3%
Desvio-padrão da taxa de rentabilidade	2.0%	25%	15%	0%
Composição actual da carteira	55%	15%	20%	10%

As correlações históricas entre as taxas de rentabilidade dos diversos mercados são resumidas no quadro seguinte:

	Obrigações	Acções	Imobiliário
Obrigações	1		
Acções	-0.4	1	
Imobiliário	0.5	-0.1	1

Com base nos elementos relativos aos segmentos accionista, obrigacionista e imobiliário, deduziu-se a seguinte equação para a *portfolio frontier*:

$$\sigma_p^2 = 0.7430E(r_p)^2 - 0.0494E(r_p) + 0.0011.$$

Pretende-se que:

- Calcule a taxa de rentabilidade esperada e o respectivo desvio-padrão para a carteira de variância mínima.
- Analise a eficiência da actual composição do Fundo ESC, sabendo que a carteira de tangência possui uma rentabilidade esperada igual a 14.15% e um desvio-padrão igual a 9.47%.
- Calcule a taxa de rentabilidade esperada e o respectivo desvio-padrão para a carteira óptima, assumindo a seguinte função de utilidade: $U \equiv \ln[E(r_p) - 4\sigma_p^2]$.
- Sabendo que a taxa de rentabilidade esperada a 1 ano para o índice Dow Jones Eurostock 50 é igual a 7%, calcule o parâmetro beta da componente accionista do Fundo ESC.

² As previsões para o mercado accionista baseiam-se no índice Dow Jones Eurostock 50.

Caso 3.4

Da análise da carteira de acções MPN (denominada em EUR) apuraram-se os seguintes indicadores:

- Rendibilidade esperada para o próximo ano = 18%; e
- Variância da taxa de rendibilidade = 244.

Por outro lado, prevê-se que o índice Dow Jones Eurostock 50³ registre um acréscimo anual de 23% e a análise da variância do índice indica um valor de 310.

Sabendo que os Bilhetes do Tesouro a 1 ano estão, neste momento, a ser emitidos a 3%, pretende-se que analise a eficiência da carteira MPN.

³ Este índice engloba 50 das maiores acções transaccionadas na zona euro.

Caso 3.5

Admita que dispõe das seguintes acções para investir:

	Acção A	Acção B	Acção C
Beta	1.2	1.4	0.8
Desvio Padrão	12%	14%	8%

Coefficientes de correlação: $A/B = 0.6$; $A/C = 0.4$; $B/C = 0.5$.

A rendibilidade esperada para o mercado accionista é de 12%, enquanto que os títulos sem risco apresentam uma rendibilidade de 5%.

Pretende-se que:

- Suponha que pretende aplicar EUR100,000 nas acções A, B, C (tendo como restrição que o valor a aplicar em A + B não poderá ser inferior a 70% da carteira) e obter um rendimento de 13%. Determine a composição da carteira, bem como o respectivo nível de risco.
- Analise a eficiência da carteira anterior. Se esta não for eficiente determine a composição da carteira eficiente para o mesmo nível de rendibilidade.

Caso 3.6

Considere que determinada carteira é composta da seguinte forma:

- Bilhetes do Tesouro: 400,000 Euros
- Carteira ABC 600,000 Euros

Á luz do CAPM prevê-se uma rendibilidade para a globalidade daquelas aplicações de 25%, sendo a taxa sem risco (r_f) de 5% e o beta da carteira ABC de 1.5.

- a) Qual é a rendibilidade prevista para o mercado accionista?
- b) A introdução da acção Q, no montante de 200,000 Euros na carteira ABC (que passará assim de 600,000 para 800,000 Euros), irá incrementar a rendibilidade da globalidade das aplicações para 27%. Determine o beta da acção Q.

Caso 3.7

Considere as seguintes informações:

	Acção A	Acção B	Carteira cópia do mercado	Activo sem risco
Rendibilidade esperada	19.45%	20.5%	15%	3%
Rendibilidade esperada de equilíbrio	?	?	15%	3%
Coefficiente de correlação linear com a carteira cópia do mercado	0.9	0.8	1	0
Desvio padrão da taxa de rentabilidade esperada	12%	15%	8%	0%

Pretende-se que:

- Desenhe a *Security Market Line*.
- Calcule os parâmetros *beta* das duas acções.
- Posicione as duas acções na *Security Market Line*.
- Calcule os parâmetros *alfa* (de Jensen) das duas acções.
- Formule a decisão de investimento a tomar face a cada uma das duas acções.
- Calcule o índice Treynor das duas acções.
- Calcule o índice Sharpe das duas acções.

Caso 3.8

Considere a seguinte carteira X constituída por três acções (A,B,C):

	Peso Relativo	Desvio Padrão de rentabilidade	Covariâncias		
			A	B	C
A	20%	10%	0.0100	0.0090	0.0032
B	30%	15%		0.0225	0.0096
C	50%	8%			0.0064

A rentabilidade esperada para o mercado accionista é de 15%, com um desvio padrão de 7%. A rentabilidade do activo sem risco é de 5%.

Pretende-se que:

- Determine o risco (desvio padrão da rentabilidade) da carteira.
- Defina uma carteira Y (composição e rentabilidade esperada) situada na Capital Market Line, cujo nível de risco seja idêntico ao da carteira X

Caso 3.9

Considere as seguintes informações:

	Rentabilidade Esperada	Desvio Padrão da Rentabilidade	Coef. correlação com o mercado
Acção A		7%	0.9
Acção B		14%	0.8
Carteira Mercado	16%	12%	
Activo Risco Nulo	5%		

O coeficiente de correlação linear entre as rendibilidades de A e B é de 0.75. Admita que pode fazer aplicações e financiamentos à taxa do activo sem risco.

Pretende-se que:

- Determine a composição de uma carteira que inclua apenas as acções A e B, de modo a que a sua rentabilidade esperada seja de 13%.
- Determine o risco total e o risco específico da carteira calculada na alínea anterior.
- A carteira é totalmente diversificada? Justifique.
- Admita que tem EUR10,000 para investir. Qual a melhor forma de aplicar este valor de modo a obter uma rentabilidade esperada de 18%?

Caso 3.10

A acção A irá ser trocada pela acção D, com um β de 0.8 na carteira T e na qual ambas têm um peso de 20%. Com esta permuta ir-se-á reduzir a rendibilidade de equilíbrio da carteira T de 19% para 18%.

- a) Considerando que a rendibilidade prevista para o mercado é de 15% e que a taxa sem risco é de 7%, determine a rendibilidade de equilíbrio da acção A.
- b) Se o desvio padrão de rendibilidade do mercado for de 20% e o desvio padrão de rendibilidade residual do título A de 3.5%, identifique a rendibilidade de uma carteira exclusivamente constituída por uma carteira cópia de mercado e o activo sem risco, que tem o mesmo risco da acção A.

Caso 3.11

No quadro seguinte apresenta-se a evolução das cotações diárias da acção Portugal Telecom (corrigidas de dividendos, direitos e *stock splits*) e do índice PSI20, para o período compreendido entre 17/Sept/2001 e 16/Nov/2001. Incluem-se ainda as taxas de rendibilidade registadas pelos Bilhetes do Tesouro (BT's) a 1 ano (taxas efectivas anuais)⁴.

DATE	PT	PSI20	BTs
17-Sep-01	6.59	6,492.39	4.226%
18-Sep-01	6.7	6,644.08	3.808%
19-Sep-01	7.1	6,763.40	3.754%
20-Sep-01	7.37	6,661.45	3.758%
21-Sep-01	7.7	6,771.50	3.750%
24-Sep-01	7.81	6,957.14	3.749%
25-Sep-01	8.1	7,128.12	3.739%
26-Sep-01	8.04	7,220.84	3.735%
27-Sep-01	7.82	7,255.50	3.728%
28-Sep-01	7.98	7,324.91	3.727%
1-Oct-01	7.98	7,316.27	3.727%
2-Oct-01	7.85	7,260.85	3.722%
3-Oct-01	7.74	7,231.88	3.710%
4-Oct-01	7.75	7,340.62	3.692%
8-Oct-01	7.55	7,261.65	3.669%
9-Oct-01	7.8	7,349.81	3.688%
10-Oct-01	8.37	7,525.33	3.789%
11-Oct-01	8.23	7,542.80	3.742%
12-Oct-01	8.12	7,528.88	3.783%
15-Oct-01	8.12	7,454.34	3.776%
16-Oct-01	8.15	7,572.63	3.769%
17-Oct-01	8.48	7,698.30	3.821%
18-Oct-01	8.48	7,708.92	3.782%
19-Oct-01	8.2	7,614.29	3.761%
22-Oct-01	8.45	7,790.08	3.708%
23-Oct-01	8.95	7,931.32	3.698%
24-Oct-01	9.07	7,967.36	3.684%
25-Oct-01	8.78	7,856.61	3.651%
26-Oct-01	8.77	7,812.51	3.709%
29-Oct-01	8.86	7,774.80	3.701%
30-Oct-01	8.61	7,668.33	3.671%
31-Oct-01	8.8	7,768.01	3.642%
2-Nov-01	8.9	7,791.25	3.616%
5-Nov-01	9.14	7,902.89	3.613%
6-Nov-01	9.1	7,953.21	3.621%
7-Nov-01	9.3	8,022.30	3.542%
8-Nov-01	9.47	8,055.15	3.438%
9-Nov-01	9.18	7,979.71	3.423%
12-Nov-01	9.3	7,996.53	3.419%
13-Nov-01	9.42	8,081.44	3.422%
14-Nov-01	9.45	8,093.70	3.367%
15-Nov-01	9	7,989.26	3.357%
16-Nov-01	9.05	7,974.13	3.356%

Admitindo, para o próximo ano:

- Uma rendibilidade média esperada para o mercado accionista de 15%;
- Uma taxa de juro esperada para os BT's a 1 ano de 3%; e
- Um desvio padrão da rendibilidade do mercado de 25%,

⁴ Aproximadas via mercado monetário.

- a) Estime os parâmetros alfa e beta das acções PT, bem como o desvio padrão da respectiva rendibilidade residual.
- b) Calcule a rendibilidade de equilíbrio e a rendibilidade esperada para as acções PT, assumindo a estabilidade dos parâmetros alfa e beta.
- c) Calcule o desvio padrão anual da rendibilidade das acções PT.

Solução

a)

A estimação dos parâmetros em questão pode ser feita mediante a aplicação do seguinte *single index model*:

$$r_{PT} - r_f = \alpha_{PT} + (r_M - r_f) \times \beta_{PT} + \varepsilon_{PT}, \text{ sendo:}$$

- $r_{PT} \equiv$ taxa de rentabilidade gerada pela acção PT;
- $r_f \equiv$ taxa de juro sem risco;
- $r_M \equiv$ taxa de rentabilidade gerada pelo índice de mercado;
- $\beta_{PT} \equiv$ parâmetro beta da acção PT;
- $\alpha_{PT} \equiv$ parâmetro alfa da acção PT;
- $\varepsilon_{PT} \equiv$ rendibilidade residual da acção PT, isto é, componente da taxa de rentabilidade gerada pela acção PT especifica à própria empresa, ou seja, não atribuível à evolução do mercado.

A equação anterior pode ser estimada via modelo de regressão linear clássico (método dos mínimos quadrados), assumindo que o termo residual ε_{PT} possui média zero e variância constante. Para o efeito, há que calcular os valores assumidos pelas variáveis dependente ($r_{PT} - r_f$) e independente ($r_M - r_f$) da anterior regressão (duas últimas colunas da tabela de rentabilidades históricas). A taxa de juro sem risco (r_f) corresponde à taxa efectiva diária equivalente à taxa de juro dos BTs (considerando um ano de 250 dias de negociação). Aplicando o método dos mínimos quadrados (menu /Tools/Data Analysis/Regression do MS Excel):

Regression Statistics	
Multiple R	0.70483092
R Square	0.496786625
Adjusted R Square	0.484206291
Standard Error	0.019593061
Observations	42

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	0.015159409	0.015159409	39.48914318	1.88461E-07
Residual	40	0.015355521	0.000383888		
Total	41	0.03051493			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	0.000173149	0.003257597	0.053152422	0.95787504	-0.006410698	0.006756996
X Variable 1	1.576762233	0.250915421	6.284038763	1.88461E-07	1.069643454	2.083881012

Tabela de rentabilidades históricas

DATE	r_{PT}	r_M	r_f	$r_{PT} - r_f$	$r_M - r_f$
17-Sep-01					
18-Sep-01	1.669%	2.336%	0.015%	1.654%	2.321%
19-Sep-01	5.970%	1.796%	0.015%	5.955%	1.781%
20-Sep-01	3.803%	-1.507%	0.015%	3.788%	-1.522%
21-Sep-01	4.478%	1.652%	0.015%	4.463%	1.637%
24-Sep-01	1.429%	2.741%	0.015%	1.414%	2.727%
25-Sep-01	3.713%	2.458%	0.015%	3.699%	2.443%
26-Sep-01	-0.741%	1.301%	0.015%	-0.755%	1.286%
27-Sep-01	-2.736%	0.480%	0.015%	-2.751%	0.465%
28-Sep-01	2.046%	0.957%	0.015%	2.031%	0.942%
1-Oct-01	0.000%	-0.118%	0.015%	-0.015%	-0.133%
2-Oct-01	-1.629%	-0.757%	0.015%	-1.644%	-0.772%
3-Oct-01	-1.401%	-0.399%	0.015%	-1.416%	-0.414%
4-Oct-01	0.129%	1.504%	0.015%	0.115%	1.489%
8-Oct-01	-2.581%	-1.076%	0.014%	-2.595%	-1.090%
9-Oct-01	3.311%	1.214%	0.014%	3.297%	1.200%
10-Oct-01	7.308%	2.388%	0.015%	7.293%	2.373%
11-Oct-01	-1.673%	0.232%	0.015%	-1.687%	0.217%
12-Oct-01	-1.337%	-0.185%	0.015%	-1.351%	-0.199%
15-Oct-01	0.000%	-0.990%	0.015%	-0.015%	-1.005%
16-Oct-01	0.369%	1.587%	0.015%	0.355%	1.572%
17-Oct-01	4.049%	1.660%	0.015%	4.034%	1.645%
18-Oct-01	0.000%	0.138%	0.015%	-0.015%	0.123%
19-Oct-01	-3.302%	-1.228%	0.015%	-3.317%	-1.242%
22-Oct-01	3.049%	2.309%	0.015%	3.034%	2.294%
23-Oct-01	5.917%	1.813%	0.015%	5.903%	1.799%
24-Oct-01	1.341%	0.454%	0.014%	1.326%	0.440%
25-Oct-01	-3.197%	-1.390%	0.014%	-3.212%	-1.404%
26-Oct-01	-0.114%	-0.561%	0.015%	-0.128%	-0.576%
29-Oct-01	1.026%	-0.483%	0.015%	1.012%	-0.497%
30-Oct-01	-2.822%	-1.369%	0.014%	-2.836%	-1.384%
31-Oct-01	2.207%	1.300%	0.014%	2.192%	1.286%
2-Nov-01	1.136%	0.299%	0.014%	1.122%	0.285%
5-Nov-01	2.697%	1.433%	0.014%	2.682%	1.419%
6-Nov-01	-0.438%	0.637%	0.014%	-0.452%	0.623%
7-Nov-01	2.198%	0.869%	0.014%	2.184%	0.855%
8-Nov-01	1.828%	0.409%	0.014%	1.814%	0.396%
9-Nov-01	-3.062%	-0.937%	0.013%	-3.076%	-0.950%
12-Nov-01	1.307%	0.211%	0.013%	1.294%	0.197%
13-Nov-01	1.290%	1.062%	0.013%	1.277%	1.048%
14-Nov-01	0.318%	0.152%	0.013%	0.305%	0.138%
15-Nov-01	-4.762%	-1.290%	0.013%	-4.775%	-1.304%
16-Nov-01	0.556%	-0.189%	0.013%	0.542%	-0.203%
σ_M		1.205%			
$\sigma_{PT,M}$		0.000229			

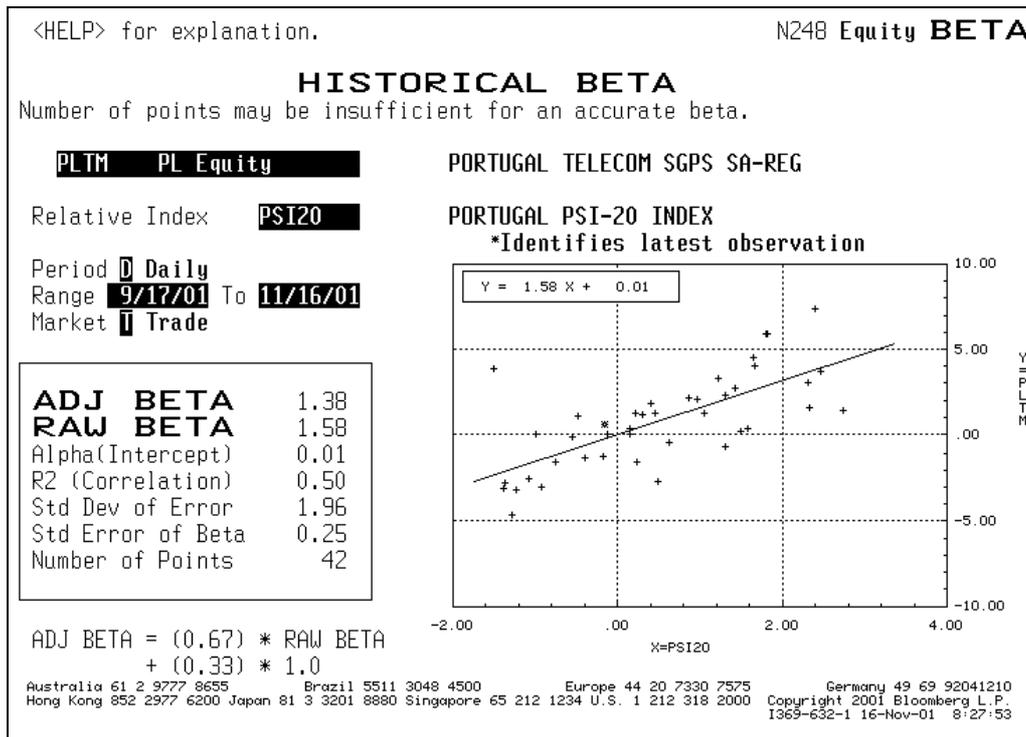
Em síntese:

- $\beta = 1.5768$;
- $\alpha = 0.0001731 \rightarrow 0.017\%$; e
- $\sigma_\varepsilon = 0.01959 \rightarrow 1.959\%$.

Em alternativa, o parâmetro beta poderia também ter sido estimado via:

$$\beta_{PT} = \frac{\sigma_{PT,M}}{\sigma_M^2} = \frac{0.000229}{(1.205\%)^2} \cong 1.5768.$$

O quadro seguinte resume os cálculos efectuados pela Bloomberg:



b)

b.1) Rendibilidade de equilíbrio das acções PT

Considerando a fórmula da *Security Market Line*,

$$E^{SML}(r_{PT}) = 3\% + (15\% - 3\%) \times 1.5768 \cong 21.92\%$$

b.2) Rendibilidade esperada para a acção PT

Como:

$$\alpha_i = E(r_i) - E^{SML}(r_i)$$

Sendo,

- $\alpha_i \equiv$ parâmetro *alfa* associado ao título "i";
- $E(r_i) \equiv$ rendibilidade esperada para o título "i"; e
- $E^{SML}(r_i) \equiv$ rendibilidade de equilíbrio do título "i",

Logo:

$$0.017\% \times 250^1 = E(r_i) - 21.92\% \Leftrightarrow E(r_i) = 26.17\%$$

¹ O parâmetro alfa foi estimado com dados diários.

c) Atendendo a que:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

Sendo,

- $\sigma_i^2 \equiv$ variância da rendibilidade do título "i";
- $\beta_i \equiv$ parâmetro *beta* associado ao título "i";
- $\sigma_M^2 \equiv$ variância da rendibilidade do mercado; e
- $\sigma_{\varepsilon_i}^2 \equiv$ variância da rendibilidade residual do título "i";

$$\beta = 1.5768;$$

$$\sigma_M = 25\%; \text{ e}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varepsilon_{PT}} &\equiv \text{desvio padrão anual da rendibilidade residual das acções PT} = \\ &= 1.959\% \times \sqrt{250} = 30.975\%, \end{aligned}$$

Então:

$$\sigma_{PTI} = \sqrt{(1.5768)^2 \cdot (25\%)^2 + (30.975\%)^2} \cong 50.134\%.$$