

1.3 DISTRIBUIÇÃO DE BERNOULLI

Uma **prova** ou processo de Bernoulli assenta num conjunto de suposições:

1) A experiência aleatória tem apenas dois resultados possíveis, que são mutuamente exclusivos, designados por “sucesso”, e “insucesso”.

$\Omega = \{ \text{sucesso, insucesso} \}$, onde Ω é o espaço de resultados.

2) A probabilidade de sucesso p permanece constante de prova para prova.

3) As provas são independentes, pelo que o resultado de cada prova não afecta os resultados das provas subsequentes.

Para a teoria das probabilidades não interessa apenas uma prova de Bernoulli, mas sim uma série de provas independentes e repetidas.

Quando as provas são repetidas, admite-se que as condições internas ou externas do fenómeno em causa são exactamente as mesmas para todas as provas, o que implica a não variação da probabilidade dos dois acontecimentos de prova para prova. Portanto não é suposto haver alterações no meio envolvente que possam influenciar diferentemente o resultado da experiência.

Assim, lançamentos repetidos de uma moeda não viciada são provas de Bernoulli independentes se a probabilidade de obter cara ou coroa permanecer constante sobre todos os lançamentos da moeda, e se o resultado de um lançamento não influenciar quaisquer outros lançamentos.

As provas de Bernoulli são um exemplo de processos estocásticos ou aleatórios, pois o resultado de cada prova específica é determinado pelo acaso.

Uma variável aleatória discreta Y tem distribuição de Bernoulli se a sua função de probabilidade assumir a seguinte expressão:

$$f(x) = f(x; p) = \begin{cases} p^x (1 - p)^{1-x} & \text{se } x = 0, 1 \\ 0 & \text{o.v.} \end{cases}, \text{ onde o.v. = outros valores}$$

$x = 1$ corresponde ao sucesso

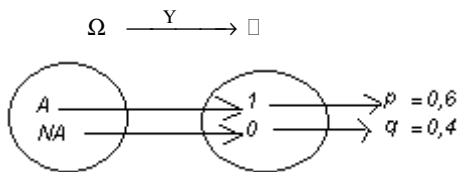
$x = 0$ corresponde ao insucesso

O único parâmetro da distribuição é p que representa a probabilidade de sucesso, situada no intervalo $0 \leq p \leq 1$, bem como representa o valor esperado de X , ié $E[X] = p$. A variância da variável aleatória com distribuição de Bernoulli é pq , onde $q = 1 - p$ é a probabilidade de insucesso, ié $V[X] = pq$.

CASO 1: Suponha-se que a probabilidade de uma pessoa que sofre de enxaquecas ter alívio quando toma a droga A é de 0,6. O espaço de resultados tem dois acontecimentos possíveis (alívio, não alívio), atribuindo-se o número 1 a ter alívio (sucesso) e o 0 a não ter alívio (insucesso), com probabilidades respectivamente $p = 0,6$ e $q = 0,4$.

A distribuição de Bernoulli é: $f(x) = \begin{cases} p = 0,6 & \text{se } y = 1 \\ q = 0,4 & \text{se } y = 0 \\ 0 & \text{o.v.} \end{cases}$,

A variável aleatória X é uma aplicação de Ω em $\mathbb{R}$:



VALOR ESPERADO E VARIÂNCIA

Se X tiver uma distribuição de Bernoulli então o **valor esperado** e a **variância** a são respectivamente iguais a:

$$E[X] = p$$

$$V[X] = pq$$

Demonstração:

$$E[X] = \sum_{i=0}^1 x_i f(x) = 0 \times q + 1 \times p = p \text{ c.q.d.}$$

$$V[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$V[X] = [0^2 \times q + 1^2 \times p] - p^2 = pq \text{ c.q.d.}$$