

ISCTE – Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa
Licenciatura em Gestão – 1º Teste de Estatística II

28 de Março de 2009

Duração: 1h +30m

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1

(5 valores)

X_i e Y_j são variáveis aleatórias independentes com as seguintes distribuições:

$$X_i \cap b(n_i = i + 2; p = 0,4) \quad \text{e} \quad Y_j \cap n(0;3)$$

Considere a estatística $T = \sum_{i=1}^2 X_i$

- a) Deduza a sua distribuição amostral indicando o seu valor esperado e a sua variância.
- b) Explique o seu significado.
- c) Deduza a distribuição amostral de $S = \sum_{i=1}^7 X_i - \sum_{j=1}^3 Y_j$ e determine o seu valor esperado e variância.
- d) Calcule $P[S > 15]$.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2

(3 valores)

Considere uma amostra aleatória de tamanho $n = 5$ retirada de uma população normal com média $\mu=0$ e variância $\sigma^2 = 1$. Determine, justificando todos os passos que efectuar:

a) Determine $E \left[\sum_{i=1}^4 X_i \times X_{i+1} \right]$

b) Determine $E \left[\sum_{i=1}^4 (X_i + X_{i+1})^2 \right]$

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3
(6 valores)

Pretende-se estudar o tempo de transmissão das mensagens de uma certa rede de comunicações. Admite-se que os tempos de transmissão das mensagens são v. a. independentes com a seguinte

função densidade de probabilidade $f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)}$, $x > 0, \alpha > 0$, com parâmetros média = α e variância

= α^2 . Sejam $\hat{\alpha}$ e $\tilde{\alpha}$ dois estimadores para o tempo médio de transmissão de uma mensagem a partir de uma amostra aleatória de n mensagens:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \qquad \tilde{\alpha} = \frac{\sum_{i=2}^n X_i}{n-1}$$

- a) Compare os dois estimadores quanto ao enviesamento.
- b) O que pode concluir quanto à eficiência?

Foram retiradas duas amostras aleatórias de dimensão 3 desta população:

Amostra 1: (1,2,3) Amostra 2: (2,3,4)

- c) Qual das duas amostras é mais provável para $\alpha = 1$?

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 4
(6 valores)

Uma sondagem eleitoral realizada a uma amostra de 120 eleitores dá ao partido “*Revolução em Movimento*” 45 simpatizantes.

- Construa um intervalo com 90% de confiança para o resultado eleitoral deste partido. Interprete o intervalo obtido.
- Considerando o mesmo nível de confiança, determine o número de pessoas que deverão ser inquiridas se este partido pretender estimar o seu resultado eleitoral com uma margem de erro máxima de 3,5%.
- A mesma amostra de 120 eleitores foi inquirida sobre a possibilidade de votarem num outro partido concorrente, o “*Revolução em Fuga*”. Foi construído um intervalo com 90% de confiança para o resultado eleitoral deste partido tendo-se obtido o seguinte:

$$]IC_{0,90}[p^* =]0,415;0,565[$$

- Indique uma estimativa pontual para o resultado eleitoral deste partido.
- Que previsão se poderá fazer sobre o partido que irá ganhar as eleições?
- Que análise estatística deveria ser realizada para comparar as previsões eleitorais dos dois partidos?

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____